

Experimentelle Realisierung von Quantenspielen und Quantenstrategien

Diplomarbeit an der Fakultät für Physik der
Ludwig-Maximilians-Universität München
am Lehrstuhl für Quantenoptik
Arbeitsgruppe Prof. Dr. Harald Weinfurter

von Ruprecht Steinhübl
3. Dezember 2001

Erstgutachter: Prof. Dr. Harald Weinfurter
Zweitgutachter: Prof. Dr. Axel Schenzle

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	3
1 Das „Mean King’s Problem“	5
1.1 Die Geschichte des gemeinen Königs	5
1.2 Quantenmechanische Formulierung des Spiels	6
1.3 Diskussion verschiedener Gewinnstrategien	7
1.3.1 Optimale Gewinnstrategie für ein Teilchen	8
1.3.2 Die Lösung des Problems mit Verschränkung	14
1.4 Von der Theorie zum Experiment	17
2 Der experimentelle Aufbau	19
2.1 Die Photonenquelle	23
2.2 Die Detektoren und Messelektronik	26
2.3 Die Stabilisierung der Interferometer	27
2.4 Korrekturen der optischen Elemente	29
2.4.1 Überprüfung von „Bob“	29
2.4.2 Korrekturen in den Interferometern	32
2.4.3 Weitere Fehlerkorrekturen	41
2.5 Justieren der Photonenquelle	42
2.6 Justage der Interferometer	43
2.7 Einkoppelung in die Detektoren	45
3 Durchführung des Experiments	47
3.1 Aufsuchen der Abgleichpunkte	47

3.2	Setzen der Phasen in den Interferometern	49
3.3	Alices Analysemessung	54
3.4	Überprüfung der Phasensetzung nach der Messung	55
3.5	Auswertung der Daten	55
4	Ausblicke in die Zukunft	62
4.1	Quantenkommunikation	62
4.1.1	Ein Quantenschlüssel-Austausch	62
4.1.2	Sichere Kommunikation ohne Schlüsselaustausch	63
4.2	Weitere Quantenspiele	65
4.2.1	PQ-Münzspiel	66
4.2.2	Das Gefangenendilamma	68
A	Mathematica Berechnungen	75
A.1	Matrizen optischer Elemente	75
A.2	Berechnung der Wellenfunktion	75
A.3	Polarisationen durch $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen	75
A.4	Berechnung der Phaseneinstellungen	75
	Literaturverzeichnis	76
	Danksagung	79
	Erklärung	81

Vorwort

Eine der bedeutendsten Entwicklungen in der Physik des letzten Jahrhunderts war die Theorie der Quantenmechanik. Allerdings beschwor diese Theorie auch viele Kontroversen in der Fachwelt herauf. Sicher einer der berühmtesten „Gegner“ der Quantentheorie in ihrer Kopenhagener Deutung war Albert Einstein, dem in diesem Zusammenhang der Satz „Gott würfelt nicht“ nachgesagt wird.

Er versuchte in einigen Gedankenexperimenten nachzuweisen, dass die Quantenmechanik eine unvollständige Theorie ist. Das wohl bekannteste unter ihnen ist das nach seine „Erfindern“ benannte EPR-Paradoxon, das Einstein zusammen mit Boris Podolsky und Năhten Rosen 1935 vorgeschlagen hat [1]. In diesem Gedankenexperiment versuchten sie, unter Zuhilfenahme der Annahmen der Vollstăndigkeit¹, der Realităt² und der Lokalităt³ die Unvollstăndigkeit der Quantentheorie anhand Orts-Impuls-verschränkter Teilchen nachzuweisen. Dieser Vorschlag war auch der Anstoß für spätere Theorien „lokaler verborgener Parameter“.

Bohm [2] übertrug das EPR-Paradoxon auf den Fall der Verschränkung zweier Spinfreiheitsgrade. Bell konnte zeigen [3], dass aus Theorien lokaler verborgener Parameter Widersprüche zu den Aussagen der Quantenmechanik entstehen. Clauser, Horn, Shimony und Holt [4] formulierten eine Bellsche Ungleichung, die für eine experimentelle Überprüfung leicht zugänglich ist, so dass man Experimente zur Widerlegung der Theorien lokaler verborgener Parameter durchführen konnte. J. S. Clauser und S. J. Freedman [5] konnten das „eigenwillige“ Verhalten von EPR-Teilchenpaaren in den 70’er Jahren erstmals experimentell nachweisen.

Mittlerweile ist die Quantenmechanik eine sehr etablierte Theorie, die Anregungen für eine Vielzahl technischer Neuentwicklungen (Laser, SQUID, Kernsptomographie) lieferte. In jüngster Zeit eröffneten sich auch neue Wege in der Informatik und in der Mathematik, dort insbesondere in der Spieltheorie. Hier wird die

¹Jedes Element der physikalischen Realităt muss ein Gegenstück in der physikalischen Theorie besitzen.

²Wenn ohne die Störung eines Systems eine physikalische GröÙe mit Sicherheit vorhergesagt werden kann (d.h. mit der Wahrscheinlichkeit eins), dann existiert ein Element der physikalischen Wirklichkeit entsprechend dieser physikalischen GröÙe.

³Stehen zwei Systeme nicht miteinander in Wechselwirkung, dann ist es nicht möglich, dass eine Veränderung des zweiten Systems als Folge einer Störung des ersten Systems auftritt.

Tatsache ausgenutzt, dass nicht nur die binären Zustände 0 bzw. 1 als Möglichkeiten zur Verfügung stehen, sondern auch die Überlagerung beider Zustände. Dies ermöglicht die Anwendung neuer Strategien, die effektivere Algorithmen benutzen bzw. höhere Erfolgswahrscheinlichkeiten ergeben.

In der vorliegenden Arbeit wird eine experimentelle Verwirklichung eines Spiels vorgestellt, das von Vaidmann, Aharonov und Albert (VAA) [6] 1986 als Gedankenexperiment vorgeschlagen wurde. VAA zeigten, dass Gewinnstrategien, die die Eigenschaften maximal verschränkter Teilchenpaare ausnutzen, die höchst möglichen Erfolgswahrscheinlichkeiten für dieses sogenannte „mean king’s problem“ liefern.

Im ersten Kapitel wird zunächst die Aufgabe des Spiels [6] vorgestellt, dann verschiedene quantenmechanische Strategien mit einem Teilchen bzw. zwei Teilchen, um eine Gewinnchance von 100% für das „mean king’s problem“ zu erreichen, was ohne Verwendung von Verschränkung nicht möglich ist. Anschließend wird kurz auf Probleme und deren Lösung bei der experimentellen Realisierung der Strategie mit Photonen als verschränkte Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen eingegangen.

Im zweiten Kapitel wird der experimentelle Aufbau, dessen Konzept in der Diplomarbeit von Markus Weber [7] erarbeitet wurde, besprochen und es wird auf Details der Realisierung eingegangen.

Das dritte Kapitel widmet sich der experimentellen Bestätigung, dass das „mean king’s problem“ mit verschränkten Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen mit Sicherheit lösbar ist. Die Experimentell erreichte Wahrscheinlichkeit zur korrekten Lösung hat dabei die mit einer Einteilchen-Strategie maximal mögliche Wahrscheinlichkeit um 3,11 Standardabweichungen überschritten.

Weiterführende Anregungen zur Verwendung dieses Experiments in der Quantenkommunikation, sowie Vorschläge weiterer Quantenspiele werden im Kapitel vier behandelt.

Kapitel 1

Das „Mean King’s Problem“

Zur Einführung des „mean king’s problem“ werde ich zunächst anhand einer Geschichte, die Yakir Aharonov seit 1986 bei vielen Konferenzen erzählt [8] und die 2001 in [9] veröffentlicht wurde, das Spiel vorstellen. Dann gebe ich eine Übersetzung des Spiels in die quantenmechanische Standardformulierung an, die eine möglichst einfache Lösung für die maximale Erfolgswahrscheinlichkeit, das Spiel zu gewinnen, unter der Zuhilfenahme eines verschränkten Zwei-Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen-Zustands bietet. Im darauf folgenden Abschnitt werden verschiedene Einteilchen und Zweiteilchen Gewinnstrategien vorgestellt und deren Erfolgswahrscheinlichkeiten erarbeitet. Zu guter Letzt gehe ich auf die experimentelle Realisierung mit Photonen ein. Hier stellt sich heraus, dass es nicht möglich ist, das Experiment mit *zwei verschränkten* Photonen durchzuführen [10], deshalb stelle ich ein Verfahren vor, wie man mit einer *Verschränkung zweier Freiheitsgrade eines* Photons dieses Problem umgehen kann [11].

1.1 Die Geschichte des gemeinen Königs

Es trug sich einmal zu, dass die Physikerin Alice als Schiffsbrüchige an einer weit entfernten Insel strandete, die von einem gemeinen König, der Bob hieß, regiert wurde. Dieser liebte Katzen über alles und seit ihm die Geschichte über Schrödingers Katze kundgetan war, hasste er alle Physiker. So erwartete die gestrandete Physikerin ein ähnliches Schicksal, wie das der Katze.

Als unsere Physikerin zu dem Herrscher gebracht wurde, ließ er sie sofort einsperren. Nun war König Bob aber auch ein leidenschaftlicher Spieler, allerdings nur, wenn er glaubte, nicht verlieren zu können. So trug es sich zu, dass der König Alice ein Spiel anbot, das Alice auf den ersten Blick eine nahezu unmögliche Gewinnchance bot.

Die Regeln des Spiels lauteten wie folgt: In den königlichen Laboratorien, die

ideale Messungen ermöglichten, sollte Alice ein Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen nach ihrem Belieben präparieren. Dieses präparierte Teilchen wurde dann an König Bob weiter gegeben, der nun seinerseits eine der drei kartesischen Spinkomponenten σ_x , σ_y oder σ_z des Teilchens maß. Er notierte das Ergebnis, ohne Alice zu verraten, welche der Messungen gemacht wurde und gab das Teilchen wieder zurück. Jetzt war Alice wieder an der Reihe. Sie durfte eine beliebige weitere Messung machen. Nachdem die Physikerin alle Messungen abgeschlossen hatte, erfuhr sie vom König die Basis, also die Spinkomponente, in der gemessen wurde. Nur mit diesen Informationen musste sie nun, um Ihren Hals zu retten, das Messergebnis des Königs richtig erraten.

Der König, siegesgewiss — schließlich ist es nicht möglich für alle Richtungen das Ergebnis zu kennen — hatte allerdings noch nie etwas von verschränkten Teilchen gehört und musste mit Enttäuschung und Verwunderung feststellen, dass Alice mit einem Schmunzeln jedes seiner Ergebnisse richtig „erriet“. Zornig und verwirrt ließ der König Alice ziehen und wenn er nicht gestorben ist, so grübelt er noch heute.[8, 9]

1.2 Quantenmechanische Formulierung des Spiels

Aufgrund der Unschärferelation ist es in der Quantenmechanik nicht möglich gleichzeitig dispersionsfreie Ergebnisse zweier oder mehrerer nichtkommutierender Observablen eines Einzelsystems zu bestimmen [6]. Ziel des in Abschnitt 1.1 vorgestellten Spiels ist es, eine hohe Wahrscheinlichkeit für das richtige Ergebnis zu bekommen. Das heißt, Alice, die daran interessiert ist, ihren Kopf zu behalten, sucht die Präparation und Analysemessung, bei der die größtmögliche Wahrscheinlichkeit liegt, zu wissen, welches Ergebnis Bob bei seiner Messung bekommen hat.

In Abbildung 1.1 ist das Flussdiagramm des Spiels dargestellt. Alices Aufgabe ist es, ein Teilchen so zu präparieren und nach Bobs Messung durch eine Messung ihrerseits derart zu analysieren, dass sie das Ergebnis von Bobs Messung richtig bestimmt. König Bob ist sich aufgrund der Unbeschärferelation sicher, dass es Alice nicht gelingen kann, durch Präparation und Analysemessung das Ergebnis einer Spinmessung eines Teilchens für beliebige Spinrichtungen σ_x , σ_y und σ_z zu bestimmen, da diese drei Operatoren nicht miteinander kommutieren.

Alice müsste Kenntnis über ein Messergebnis für alle drei Spinrichtungen bekommen. Dies ist durch die Unschärferelation für ein Teilchen nicht möglich.

Der Ansatz von Vaidmann, Aharonov und Albert [6] zeigt, dass es möglich ist, durch die *Verschränkung zweier Teilchen* vor, und einer Analysemessung des Zu-

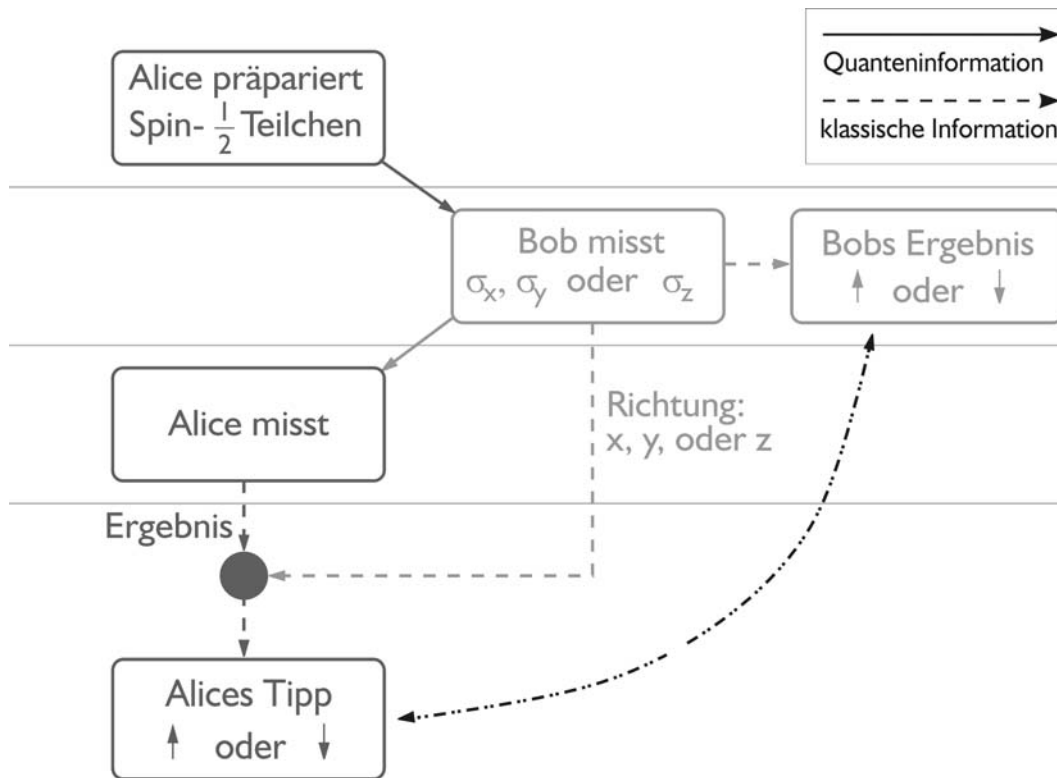


Abbildung 1.1: Flussdiagramm des Spiels zwischen Alice und König Bob [7]

stands beider Teilchen in einer geeigneten Basis (VAA-Basis) nach Bobs Messung, das Ergebnis, das Bob in seiner Messung erhalten hat, mit *absoluter Sicherheit* im nachhinein zu bestimmen. Mit diesem „Trick“ ist der Spielverlauf nun ein wenig abgeändert (siehe Abbildung 1.2). Zuerst nimmt Alice nun zwei Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen und präpariert einen *verschränkten* Zustand. Dann gibt sie eines dieser Teilchen, so wie es die Regel verlangt, an Bob weiter und behält das andere. Anschließend, nachdem Bob seine Messung gemacht und das Teilchen wieder zurückgegeben hat, nimmt Alice eine Messung des Zweiteilchenzustands in der VAA-Basis vor. Sie erhält ein Ergebnis, das es ihr mit der Information, in welcher Basis Bob gemessen hat, ermöglicht, immer die richtige Antwort zu geben.

1.3 Diskussion verschiedener Gewinnstrategien

In diesem Abschnitt werden verschiedene Möglichkeiten betrachtet, wie Alice die Präparation und die Analysemessung vornehmen kann, um die Wahrscheinlichkeit des Erfolgs, das Ergebnis von Bobs Messung im Nachhinein richtig zu bestimmen, zu maximieren. Zunächst gehe ich im Abschnitt 1.3.1 auf Einteilchenstrategien ein, dann erläutere ich in Abschnitt 1.3.2 die in [6] vorgeschlagene

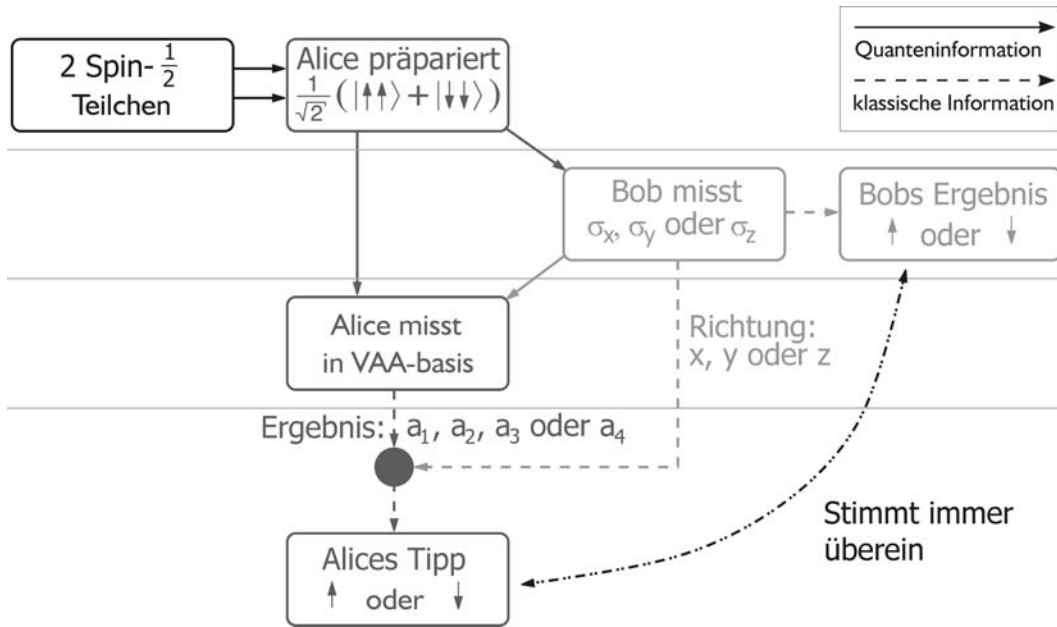


Abbildung 1.2: Flussdiagramm des Spiels zwischen Alice und König Bob mit dem VAA-Trick, ein verschränktes Teilchenpaar zu benutzen [7].

Zweiteilchenstrategie. Ziel dieses Abschnitts ist es, eine obere Grenze der Erfolgswahrscheinlichkeit, Bobs Messergebnis richtig zu erraten, für Einteilchenstrategien zu erhalten.

1.3.1 Optimale Gewinnstrategie für ein Teilchen

Ein einfacher Versuch, das Problem zu lösen ist folgender: Zunächst präpariert Alice das Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen z.B. in der σ_x -Basis. Dann misst Bob den Spin in einer beliebigen der drei kartesischen Richtungen. Zur Analyse misst Alice dann in einer sich von σ_x unterscheidenden Basis, z.B. in der σ_y -Basis. Auf Grund der Tatsache, dass zwei identische, zeitlich aufeinander folgende, quantenmechanische Messungen einer Observablen das gleiche Ergebnis liefern, wird Bob für den Fall, dass er in der σ_x -Basis gemessen hat, das Ergebnis erhalten, das Alices Präparation entspricht. Misst er in der σ_y -Basis, so präpariert er das Teilchen für Alices Analysemessung und Alice wird wegen der gleichen Begründung wie eben dasselbe Ergebnis erhalten, das Bob gemessen hat. Nur wenn Bob in der σ_z -Basis gemessen hat, hat Alice keinerlei Information über Bobs Messergebnis und muss raten. Nimmt man nun an, dass Bob die möglichen Messbasen zufällig wählt — dies ist Bobs bestmögliche Strategie — ist die Wahrscheinlichkeit, dass Bob eine bestimmte Basis auswählt $\frac{1}{3}$. Alice wird in zwei der drei Basen, für die sich Bob entscheiden kann mit Sicherheit das Ergebnis von Bobs Spinmessung

wissen. Für den Fall, dass Bob seine Messung in der σ_z -Basis vornimmt, kann Alice allerdings nur raten, welches Ergebnis Bob erhalten hat. Mit 50%-tiger Wahrscheinlichkeit wird ihre Entscheidung mit Bobs Ergebnis übereinstimmen. Somit ergibt sich für Alice für diese Spielstrategie die Gesamtwahrscheinlichkeit von $P_{erfolg} = \frac{1}{3}(1 + 1 + 0,5) = \frac{5}{6} = 83,33\%$, Bobs Messergebnis richtig zu erraten.

Für die bisherige Argumentation wurden Präparation und Analysemessung in den drei ausgezeichneten Basen vorgenommen, dies muss jedoch nicht optimal sein. Im Folgenden soll untersucht werden, ob es eine bessere Gewinnstrategie gibt. Dazu nimmt Alice eine Verschlechterung in einem der sicheren Ereignisse in Kauf, um Informationen über die dritte Richtung zu erhalten.

Betrachten wir also für die Präparation und die Analysemessung eine beliebige Superposition. Für diesen Ansatz untersuchen wir zunächst einmal den in Abbildung 1.3 gezeigten Ereignisbaum, aller möglichen Verläufe des Spiels, die eintreten können.

Zunächst wird nur ein σ_i -Zweig des Baums analysiert. Nehmen wir o.B.d.A. an, dass $p_i > 0,5$ ist, d.h. Alice wird das Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen so präparieren, dass Bob für die Messung in der σ_i -Basis mit einer größeren Wahrscheinlichkeit „up“ erhalten wird. Erhält Alice jetzt in ihrer Analysemessung ebenfalls „up“, sagt Sie in jedem Fall, Bob hat bei seiner Messung „up“ erhalten. Somit ist ihre Aussage mit der Wahrscheinlichkeit $p_i q_i$ richtig und mit der Wahrscheinlichkeit $(1 - p_i)(1 - q_i)$ falsch. Erhält Alice bei ihrer Analysemessung „down“, so wird sie sich für das Ergebnis entscheiden, das Bob mit größerer Wahrscheinlichkeit gemessen hat. Nimmt man wiederum o.B.d.A. an, dass $p_i > q_i$ ist, wird Alice sich trotzdem für „up“ entscheiden. Damit sieht Alices Bilanz folgendermaßen aus:

Analyse ergab	Entscheidung richtig	Entscheidung falsch
up	$p_i q_i$	$(1 - p_i)(1 - q_i)$
down	$p_i(1 - q_i)$	$(1 - p_i)q_i$
Σ	$p_i q_i + p_i(1 - q_i) = p_i$	$(1 - p_i)(1 - q_i) + (1 - p_i)q_i = (1 - p_i)$

Tabelle 1.1: Wahrscheinlichkeiten für Alice, richtig, bzw. falsch zu raten

Es ist also nicht möglich, durch Kombination von Präparation und Analysemessung eine höhere Wahrscheinlichkeit, richtig zu raten, zu erzielen, als entweder durch die alleinige Präparation ($p_i > q_i$) oder die alleinige Analysemessung ($q_i > p_i$). Demnach entscheidet sich Alice, für jede Spinrichtung separat, für die größere der beiden Wahrscheinlichkeiten. Die maximale Erfolgswahrscheinlichkeit ist dann:

$$P_{erfolg}(p_x, q_x, p_y, q_y, p_z, q_z) = \max[p_x, q_x] + \max[p_y, q_y] + \max[p_z, q_z] \quad (1.1)$$

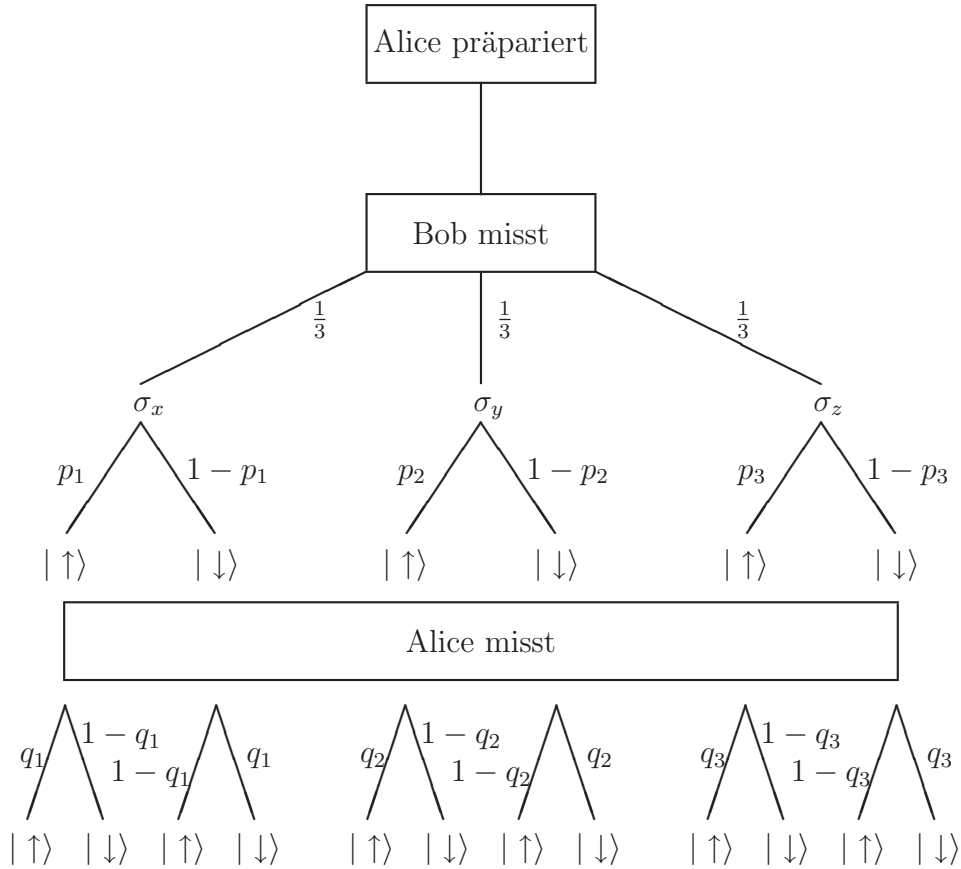


Abbildung 1.3: Ereignisbaum für die verschiedenen Verläufe der Messkette zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten, mit denen Alice die entsprechenden Ergebnisse in ihrer Analysemessung bekommen wird. Dabei sind p_i die Wahrscheinlichkeiten, mit denen Bob nach Alices Präparation „up“ messen wird und q_i die Wahrscheinlichkeiten mit denen Alice in ihrer Analysemessung das gleiche Ergebnis bekommen wird, wie Bob vorher.

Es wird nun die Annahme gemacht, dass Alice eine Gewinnstrategie verfolgt, in der durch ihre Präparation bei Bobs Messung das Ergebnis Spin „up“ wahrscheinlicher ist. Betrachtet man nun die einzelnen Summanden der Gleichung (1.1) separat, kann ohne Einschränkung für den ersten Summanden angenommen werden, dass p_x größer ist, als q_x , dann gilt: Bob wird mit größerer Wahrscheinlichkeit bei seiner Messung „up“ erhalten.

Für den zweiten Summanden kann man wieder ohne Einschränkung annehmen, dass p_y größer ist, als q_y . Dabei ist zu berücksichtigen, dass für diese Annahme p_x und p_y nicht mehr voneinander unabhängig sind, da man dann die Präparation so wählen muss, dass das Ergebnis bei Bobs Messung sowohl in der σ_x -Basis als auch in der σ_y -Basis mit einer größeren Wahrscheinlichkeit „up“ ergeben muss.

Dies bedeutet, dass die Erfolgswahrscheinlichkeit nun

$$P_{erfolg}(p_x, q_x, p_y, q_y, p_z, q_z) = \max[\max[p_x, q_x] + \max[p_y, q_y]] + \max[p_z, q_z] \quad (1.2)$$

ist. Beim dritten Summanden muss dann gelten, dass p_z kleiner ist, als q_z . Damit gilt: $\max[p_x, q_x] = p_x$, $\max[p_y, q_y] = p_y$ und $\max[p_z, q_z] = q_z$. Somit ist die Analysemessung von Alice in der σ_z -Basis vorzunehmen und präparieren muss sie dann in einer Superposition der σ_x - und σ_y -Basis. Da das Problem der Gewinnmaximierung symmetrisch sein muss, kann man die drei Basen untereinander beliebig vertauschen.

Im Folgenden schaut man sich die einzelnen Wahrscheinlichkeiten, richtig zu raten, aus Gleichung (1.2) genauer an. Dazu drücken wir zunächst die Spinprojektoren σ_x , σ_y und σ_z in der Dirac'schen Formulierung aus.

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_x \langle\uparrow|_x - |\downarrow\rangle_x \langle\downarrow|_x) \quad (1.3)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_y \langle\uparrow|_y - |\downarrow\rangle_y \langle\downarrow|_y) \quad (1.4)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_z \langle\uparrow|_z - |\downarrow\rangle_z \langle\downarrow|_z) \quad (1.5)$$

Nun ist es nötig, die Projektoren in einer Basis darzustellen. Man kann z.B. x und y in z -Richtung ausdrücken, dabei ist

$$\begin{aligned} |\uparrow\rangle_x &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_z + |\downarrow\rangle_z), \\ |\downarrow\rangle_x &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_z - |\downarrow\rangle_z), \\ |\uparrow\rangle_y &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_z + i|\downarrow\rangle_z), \\ |\downarrow\rangle_y &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_z - i|\downarrow\rangle_z). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Daraus folgt,

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_z \langle\downarrow|_z + |\downarrow\rangle_z \langle\uparrow|_z) \quad \text{und} \quad \sigma_y = -\frac{i}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_z \langle\downarrow|_z - |\downarrow\rangle_z \langle\uparrow|_z) \quad (1.7)$$

Damit sind alle Größen in der z -Basis angegeben. Deshalb werde ich von nun an den Index z weglassen.

Jetzt präpariert Alice in einer beliebigen Superposition

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}(ae^{i\varphi}|\uparrow\rangle + be^{i\theta}|\downarrow\rangle) \quad (1.8)$$

und analysiert in z-Richtung. Dabei sind a und b beliebige reelle Amplituden und φ und ϑ beliebige Phasen. Des Weiteren definiere ich noch die Größen $r = \frac{b}{a}$ (Amplitudenverhältnis) und $\phi = \varphi - \vartheta$ (Phasendifferenz). Sollte Bob in z-Richtung gemessen haben sind die Wahrscheinlichkeiten für Alice bei der Analysemessung Spin „up“ und Spin „down“ zu bekommen:

$$P_{|\uparrow\rangle} = \left| \langle \Psi | \sigma_z | \uparrow \rangle \right|^2 \quad \text{und} \quad P_{|\downarrow\rangle} = \left| \langle \Psi | \sigma_z | \downarrow \rangle \right|^2. \quad (1.9)$$

Dafür ergibt sich mit den Gleichungen (1.7) und (1.8)

$$P_{|\uparrow\rangle_z} = \frac{1}{1+r^2} \quad \text{und} \quad P_{|\downarrow\rangle_z} = \frac{r^2}{1+r^2}. \quad (1.10)$$

Diese Funktionen ergeben für $b = 0$ ($|\Psi\rangle = |\uparrow\rangle$) und für $a = 0$ ($|\Psi\rangle = |\downarrow\rangle$) Maxima.

Um in den beiden anderen Basen die Wahrscheinlichkeit zu maximieren, so dass Bob nach der Präparation bei seiner Messung Spin „up“ erhält, muss man jetzt mit Gleichung (1.8) die Wahrscheinlichkeiten für die Fälle „Bob misst σ_x und bekommt Spin up“, sowie „Bob misst σ_y und bekommt Spin up“ berechnen. Allgemein ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten aus

$$P(\sigma_i = \uparrow) = \frac{\left| \langle \Psi | \sigma_i | \uparrow \rangle \right|^2}{\left| \langle \Psi | \sigma_i | \uparrow \rangle \right|^2 + \left| \langle \Psi | \sigma_i | \downarrow \rangle \right|^2}. \quad (1.11)$$

Damit kann man mit

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \sigma_x | \uparrow \rangle &= \\ \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} (ae^{-i\varphi} \langle \uparrow | + be^{-i\vartheta} \langle \downarrow |) (|\uparrow\rangle \langle \downarrow | + |\downarrow\rangle \langle \uparrow |) (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) &= \\ \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} (ae^{-i\varphi} \langle \uparrow | + be^{-i\vartheta} \langle \downarrow |) (|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle) &= \\ \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} (ae^{-i\varphi} + b^{-i\vartheta}) & \end{aligned} \quad (1.12)$$

und analog

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \sigma_x | \downarrow \rangle &= \frac{-1}{2\sqrt{a^2 + b^2}} (ae^{-i\varphi} - b^{-i\vartheta}), \\ \langle \Psi | \sigma_y | \uparrow \rangle &= \frac{-i}{2\sqrt{a^2 + b^2}} (iae^{-i\varphi} - b^{-i\vartheta}), \\ \langle \Psi | \sigma_y | \downarrow \rangle &= \frac{i}{2\sqrt{a^2 + b^2}} (iae^{-i\varphi} + b^{-i\vartheta}) \end{aligned} \quad (1.13)$$

folgende Wahrscheinlichkeiten berechnen:

$$P_{|\uparrow\rangle_x} = \frac{a^2+b^2+ab(e^{i(\varphi-\vartheta)}+e^{-i(\varphi-\vartheta)})}{2(a^2+b^2)} = \frac{a^2+b^2+2ab\cos(\phi)}{2(a^2+b^2)} = \frac{1+r^2+2r\cos\phi}{2(1+r^2)} \quad (1.14)$$

$$P_{|\downarrow\rangle_x} = \frac{1+r^2-2r\cos\phi}{2(1+r^2)}$$

und wieder analog

$$P_{|\uparrow\rangle_y} = \frac{1+r^2-2r\sin\phi}{2(1+r^2)} \quad (1.15)$$

$$P_{|\downarrow\rangle_y} = \frac{1+r^2+2r\sin\phi}{2(1+r^2)}$$

Diese Gleichungen ermöglichen es, die Wahrscheinlichkeiten anzugeben, mit denen Bob Spin „up“ oder Spin „down“ messen wird, wenn er entweder in σ_x oder in σ_y misst. Für Spin „up“ ergibt sich

$$P_{|\uparrow\rangle_{x,y}}(r, \phi) = \frac{1}{2}(P_{|\uparrow\rangle_x} + P_{|\uparrow\rangle_y}) = \frac{1+r^2+r(\cos\phi-\sin\phi)}{2(1+r^2)}, \quad (1.16)$$

und für Spin „down“

$$P_{|\downarrow\rangle_{x,y}}(r, \phi) = \frac{1}{2}(P_{|\downarrow\rangle_x} + P_{|\downarrow\rangle_y}) = \frac{1+r^2-r(\cos\phi-\sin\phi)}{2(1+r^2)}. \quad (1.17)$$

Es wird angenommen, dass σ_x und σ_y mit einer Wahrscheinlichkeit von je 50% von Bob gemessen werden. Da hier die Möglichkeit, dass Bob sich für die σ_z -Basis entscheidet aufgrund der Analysemessung von Alice nicht berücksichtigt werden muss, ist diese Annahme legitim.

Um nun die günstigste Präparation zu finden, damit Bob mit größerer Wahrscheinlichkeit Spin „up“ misst, ist es notwendig, Gleichung (1.16) zu maximieren. Man erhält für $r \in [0, \infty[$ und $\phi \in [-\pi, \pi[$ ein lokales Maximum für $P(1, -\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}(2 + \sqrt{2}) \approx 0,854$ und ein lokales Minimum für $P(1, \frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{4}(2 - \sqrt{2}) \approx 0,146$. Der Grenzwert für r im Unendlichen ist $\frac{1}{2}$. Somit ist das lokale Maximum bzw. Minimum auch global.

Für die eben berechnete Phasendifferenz $\phi = \varphi - \vartheta$ ergibt sich z.B. $\varphi = 0; \vartheta = \frac{\pi}{4}$, aus dem Verhältnis der Amplituden $r = \frac{b}{a} = 1$ folgt $a = b = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Damit muss Alice den Zustand

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + e^{i\frac{\pi}{4}}|\downarrow\rangle) = \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle_x + |\uparrow\rangle_y), \quad (1.18)$$

präparieren, um die Wahrscheinlichkeit für Bob, bei seiner Messung Spin „up“ zu erhalten, zu maximieren, wenn er sich entweder für die σ_x -Basis oder die σ_y -Basis entscheidet.

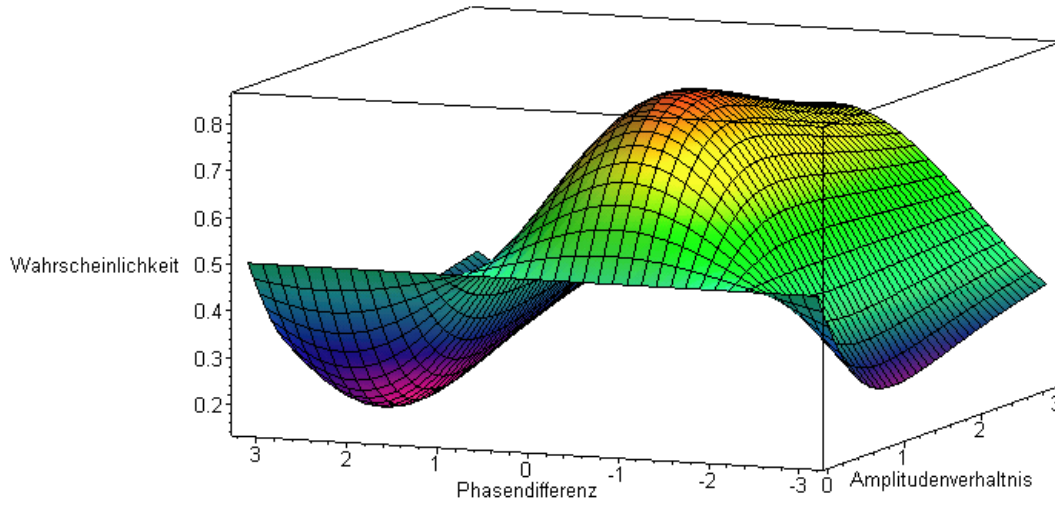


Abbildung 1.4: Grafische Darstellung der Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von Amplitudenverhältnis und Phasendifferenz

Mit Hilfe dieser Lösung gelangt man zu einer Gesamtwahrscheinlichkeit, Bobs Ergebnis richtig zu erraten, von 90,3%, die sich aus

$$P_{ges} = \frac{1}{3}(2P_{|\uparrow\rangle_{x,y}}(1, -\frac{\pi}{4}) + P_{|\uparrow\rangle_z}) = \frac{1}{3}(2 \cdot 0,854 + 1) = 0,903 = 90,3\% \quad (1.19)$$

ergibt. Dies ist die größte Wahrscheinlichkeit für eine richtige Antwort, wenn man auf Messungen an einem *einzigem* Teilchen zurückgreifen muss.

1.3.2 Die Lösung des Problems mit Verschränkung

Der Vorschlag von Vaidman, Aharonov, Albert [6], diese Wahrscheinlichkeit noch zu erhöhen besteht nun darin, ein *zweites* Teilchen hinzuzunehmen und diese beiden Teilchen miteinander zu *verschränken*. Betrachten wir nun einen EPR-Zustand¹ dieser beiden Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle) \quad (1.20)$$

Dabei sind $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ Eigenzustände von σ_z . Es wird nun nur eines der beiden Teilchen an Bob weitergegeben. Das geschieht, ohne die Spielregeln zu verletzen, denn es ist Alice erlaubt, das Teilchen, das an Bob weitergegeben wird, nach ihrem Belieben zu präparieren, also auch mit einem weiteren Teilchen zu verschränken.

¹Ein EPR-Zustand ist ein maximal verschränkter Zustand. Es ist nicht möglich einen solchen Zustand in einen Produktzustand zu zerlegen

Bob macht nun seine Messung und gibt das Teilchen wieder an Alice zurück, die nun eine Messung an *beiden* Teilchen in der sogenannten VAA-Basis [6]

$$\begin{aligned}
|\Phi_1\rangle &= \frac{1}{2}\sqrt{2}|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle + \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle e^{i\frac{\pi}{4}} + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle e^{-i\frac{\pi}{4}}) \\
|\Phi_2\rangle &= \frac{1}{2}\sqrt{2}|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle - \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle e^{i\frac{\pi}{4}} + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle e^{-i\frac{\pi}{4}}) \\
|\Phi_3\rangle &= \frac{1}{2}\sqrt{2}|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle + \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle e^{-i\frac{\pi}{4}} + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle e^{i\frac{\pi}{4}}) \\
|\Phi_4\rangle &= \frac{1}{2}\sqrt{2}|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle - \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle e^{-i\frac{\pi}{4}} + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle e^{i\frac{\pi}{4}})
\end{aligned} \tag{1.21}$$

vornimmt.

Die Wahrscheinlichkeiten bei einer Paarmessung der beiden EPR-Teilchen einen der vier Basiszustände zu finden lassen sich nun wie folgt berechnen. Zuerst präpariert man einen Zustand wie in Gleichung (1.20) und betrachtet alle Fälle, die Bob messen kann. Danach analysiert man in der VAA-Basis, die in (1.21) dargestellt ist. Somit ergeben sich die Gleichungen

$$\begin{aligned}
\langle\Psi|\uparrow\rangle_x\langle\uparrow|_x\Phi_i\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\langle\uparrow| + \langle\downarrow|)(\langle\uparrow|\Phi_i\rangle + \langle\downarrow|\Phi_i\rangle), \\
\langle\Psi|\downarrow\rangle_x\langle\downarrow|_x\Phi_i\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\langle\uparrow| - \langle\downarrow|)(\langle\uparrow|\Phi_i\rangle - \langle\downarrow|\Phi_i\rangle), \\
\langle\Psi|\uparrow\rangle_y\langle\uparrow|_y\Phi_i\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\langle\uparrow| + i\langle\downarrow|)(\langle\uparrow|\Phi_i\rangle - i\langle\downarrow|\Phi_i\rangle), \\
\langle\Psi|\downarrow\rangle_y\langle\downarrow|_y\Phi_i\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}(\langle\uparrow| - \langle\downarrow|)(\langle\uparrow|\Phi_i\rangle + i\langle\downarrow|\Phi_i\rangle), \\
\langle\Psi|\uparrow\rangle_z\langle\uparrow|_z\Phi_i\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\langle\uparrow|\langle\uparrow|\Phi_i\rangle, \\
\langle\Psi|\downarrow\rangle_z\langle\downarrow|_z\Phi_i\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\langle\downarrow|\langle\downarrow|\Phi_i\rangle.
\end{aligned} \tag{1.22}$$

Setzt man nun die Werte für die VAA-Basiszustände (1.21) ein, so erhält man für die Ergebnisse von Alices Anlysemessungen unter der Voraussetzung, dass Bob bei seiner Messung entweder $|\uparrow\rangle_i$ oder $|\downarrow\rangle_i$ erhalten hat, folgende Wahrscheinlichkeiten für

$$\begin{array}{l}
\text{die x-Richtung:} \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_x \langle \uparrow |_x \Phi_1 \rangle = \frac{1}{2} \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_x \langle \downarrow |_x \Phi_1 \rangle = 0 \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_x \langle \uparrow |_x \Phi_2 \rangle = 0 \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_x \langle \downarrow |_x \Phi_2 \rangle = \frac{1}{2} \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_x \langle \uparrow |_x \Phi_3 \rangle = \frac{1}{2} \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_x \langle \downarrow |_x \Phi_3 \rangle = 0 \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_x \langle \uparrow |_x \Phi_4 \rangle = 0 \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_x \langle \downarrow |_x \Phi_4 \rangle = \frac{1}{2}
\end{array} \quad (1.23)$$

$$\begin{array}{l}
\text{die y-Richtung:} \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_y \langle \uparrow |_y \Phi_1 \rangle = \frac{1}{2} \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_y \langle \downarrow |_y \Phi_1 \rangle = 0 \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_y \langle \uparrow |_y \Phi_2 \rangle = 0 \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_y \langle \downarrow |_y \Phi_2 \rangle = \frac{1}{2} \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_y \langle \uparrow |_y \Phi_3 \rangle = 0 \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_y \langle \downarrow |_y \Phi_3 \rangle = \frac{1}{2} \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_y \langle \uparrow |_y \Phi_4 \rangle = \frac{1}{2} \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_y \langle \downarrow |_y \Phi_4 \rangle = 0
\end{array} \quad (1.24)$$

$$\begin{array}{l}
\text{und die z-Richtung} \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_z \langle \uparrow |_z \Phi_1 \rangle = \frac{1}{2} \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_z \langle \downarrow |_z \Phi_1 \rangle = 0 \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_z \langle \uparrow |_z \Phi_2 \rangle = \frac{1}{2} \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_z \langle \downarrow |_z \Phi_2 \rangle = 0 \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_z \langle \uparrow |_z \Phi_3 \rangle = 0 \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_z \langle \downarrow |_z \Phi_3 \rangle = \frac{1}{2} \\
\langle \Psi | \uparrow \rangle_z \langle \uparrow |_z \Phi_4 \rangle = 0 \quad \langle \Psi | \downarrow \rangle_z \langle \downarrow |_z \Phi_4 \rangle = \frac{1}{2}
\end{array} \quad (1.25)$$

Diese Ergebnisse lassen sich in folgender Tabelle kompakter darstellen, indem man die Spinrichtungen anzeigt, die bei einem Messergebnis Φ_i von Alice von Bob gemessen werden konnten.

Alices Zustand	Bobs Resultat			Wahrscheinlichkeit für Ergebnis					
	σ_x	σ_y	σ_z	\uparrow_x	\downarrow_x	\uparrow_y	\downarrow_y	\uparrow_z	\downarrow_z
Φ_1	\uparrow	\uparrow	\uparrow	1/2	0	1/2	0	1/2	0
Φ_2	\downarrow	\downarrow	\uparrow	0	1/2	0	1/2	1/2	0
Φ_3	\uparrow	\downarrow	\downarrow	1/2	0	0	1/2	0	1/2
Φ_4	\downarrow	\uparrow	\downarrow	0	1/2	1/2	0	0	1/2

Tabelle 1.2:

Mit Hilfe der obigen Tabelle lassen sich nun Aussagen, wie folgt treffen:

Hat Bob in der σ_x -Basis gemessen, so war sein Ergebnis „up“, hat er in der σ_y -Basis gemessen, war es „down“ und hat er in der σ_z -Basis gemessen war es ebenfalls „down“.[6]

Für jede mögliche Messung, die Bob vornehmen kann, gibt es also einen Satz von Möglichkeiten, der eine *sichere* Aussage über das Ergebnis jeder Spinrichtungsmessung liefert. In diesem Sinne kann man davon sprechen, die Werte von σ_x , σ_y und σ_z eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen gleichzeitig zu bestimmen. Dieses Ergebnis ist allerdings kein Widerspruch zur Unschärferelation, denn nimmt Bob die Messung einer Observablen vor, ist das Teilchen nach dieser Messung im dem Zustand der von Bobs gemessenen Observablen.

Da Alice, nachdem alle Messungen gemacht worden sind, von Bob die Basis, in der er gemessen hat, mitgeteilt bekommt, weiß sie das Ergebnis von Bob nun mit 100%-tiger Wahrscheinlichkeit, ohne *vorher* die Richtung in der gemessen wurde zu kennen. Es ist also möglich, im Nachhinein das Messergebnis *eines* der beiden verschränkten Teilchen zu bestimmen.

Dies ist die beste Strategie für Alice:

1. Präparation in $|\Psi\rangle$
2. Messung in VAA-Basis nach Bobs Messung
3. Bob gibt die Basis in der er gemessen hat an
4. Auswertung der obigen Tabelle

1.4 Von der Theorie zum Experiment

Wie lässt sich nun diese Idee im einem experimentellen Aufbau realisieren? Ich möchte an dieser Stelle nur eine kurze Beschreibung der experimentellen Übersetzung geben. In aller Ausführlichkeit ist dies in [7] beschrieben.

Zunächst einmal wird ein verschränkter Zweiteilchenzustand benötigt. Eine sehr einfache Realisierung eines solchen Zustands ist ein polarisationsverschränktes Photonenpaar [12], das heute als Träger verschränkter Zustände Standard ist.

Allerdings tritt, wie in [10] gezeigt, ein Problem beim Nachweis des Teilchenpaares in einer VAA-Basis auf. Es ist nicht möglich, nur mit Hilfe linearer optischer Elemente alle vier Bellzustände verschränkter Photonen zu bestimmen. Da man die VAA-Basis mit lokalen Einteilchen Operationen in die Bell-Basis überführen kann gilt dies auch für die VAA-Basis. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, verschränken wir *zwei Freiheitsgrade eines* Photons [11]. Einer der beiden Freiheitsgrade ist die Polarisation, der zweite Freiheitsgrad ist entweder die Ankunftszeit oder die Ortsmode des Photons (siehe Abbildung 1.5).

Das Teilchen, das an Bob weitergegeben wird, wird durch die Polarisation repräsentiert. Damit wird die σ_x -Basis durch die PM-Basis², die σ_y -Basis durch die

²+45°/-45°lineare Polarisation

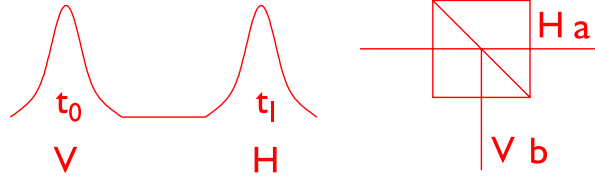


Abbildung 1.5: Darstellung der Polarisation-zeit bzw. der Polarisation-Ort Verschränkung

RL-Basis³ und σ_z -Basis durch die HV-Basis⁴ beschrieben. Die Spins werden wie folgt in die analogen Polarisationszustände eines Photons übersetzt:

$$\begin{aligned} |\uparrow\rangle_x &= |\mathbf{P}\rangle, & |\uparrow\rangle_y &= |\mathbf{R}\rangle, & |\uparrow\rangle_z &= |\mathbf{H}\rangle, \\ |\downarrow\rangle_x &= |\mathbf{M}\rangle, & |\downarrow\rangle_y &= |\mathbf{L}\rangle, & |\downarrow\rangle_z &= |\mathbf{V}\rangle \end{aligned} \quad (1.26)$$

Das zweite Teilchen, das Bob nicht zur Verfügung steht, wird durch die Ankunftszeit repräsentiert.

Der verschränkte Zustand aus Gleichung (1.20) lässt sich jetzt als

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{H}\rangle|t_0\rangle + |\mathbf{V}\rangle|t_1\rangle) \quad (1.27)$$

darstellen.

Da es bis heute keine experimentelle Realisierung gibt, eine VAA-Zustandsanalyse durchzuführen, muss man eine Zustandsübersetzung vom Polarisations-Zeit-verschränkten in einen Polarisations-Ort-verschränkten Zustand

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{H}\rangle|a\rangle + |\mathbf{V}\rangle|b\rangle). \quad (1.28)$$

durchgeführt.

Mit diesen Voraussetzungen lässt sich nun ein experimenteller Aufbau verwirklichen, der in Kapitel 2 beschrieben wird.

³Rechts-/Links zirkulare Polarisation

⁴Horizontal-/Vertikale lineare Polarisation

Kapitel 2

Der experimentelle Aufbau

In diesem Kapitel stelle ich den experimentellen Aufbau (Abbildung 2.1) vor, für Details verweise ich auf die Diplomarbeit von Markus Weber [7], der zuvor an diesem Experiment gearbeitet hat. Im Anschluss daran gehe ich darauf ein, wie durch optische Komponenten erzeugte Phasenverschiebungen verringert werden können und welche Einstellungen notwendig sind, damit man eine Messung durchführen kann.

Der Aufbau lässt sich in mehrere Teile untergliedern. Diese verschiedenen Einheiten sind Lichtquelle, Präparationseinheit, Messeinheit, die die Messung an dem einen Teilchen vornimmt und eine Analyseinheit, die den Zweiteilchenzustand auf eine VAA-Basis projiziert. In den nächsten Absätzen werde ich diese einzelnen Einheiten genauer beschreiben.

In Abschnitt 1.4 wurde festgestellt, dass es nicht möglich ist, einen verschränkten Zwei-Photonen-Zustand für dieses Experiment zu verwenden. Dieses Problem kann aber umgangen werden, indem die Verschränkung zweier Freiheitsgrade eines Photons [11] ausgenutzt wird. Da einer dieser Freiheitsgrade des Photons die Ankunftszeit ist, ist es notwendig, einen Trigger zu haben, um den verschränkten Zwei-Freiheitsgrad-Einzelphotonenzustand zu definieren. Aus diesem Grund wird eine Photonenquelle benutzt, die zeitlich korrelierte Photonenpaare erzeugt. Der physikalische Aspekt der Erzeugung, wird in Abschnitt 2.1 erläutert. Das Experimentierphoton ist zunächst horizontal (H) , das Triggerphoton vertikal (V) polarisiert.

Das erste asymmetrische Mach-Zehnder-Interferometer soll nun die Präparation des Zustandes bewerkstelligen, so dass die Polarisation mit der Ankunftszeit am Ausgang des Interferometers verschränkt ist. Dazu wird zunächst die Polarisation des ankommenden Photons durch ein $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen, dessen optische Achse um $+22,5^\circ$ zur Horizontalen verdreht ist, um $+45^\circ$ gedreht. Dann trifft es auf einen polarisierenden Strahlteiler, dort kann es entweder über den kurzen Arm (a) gehen und ist H-polarisiert, oder es kann über den langen Arm (b) gehen

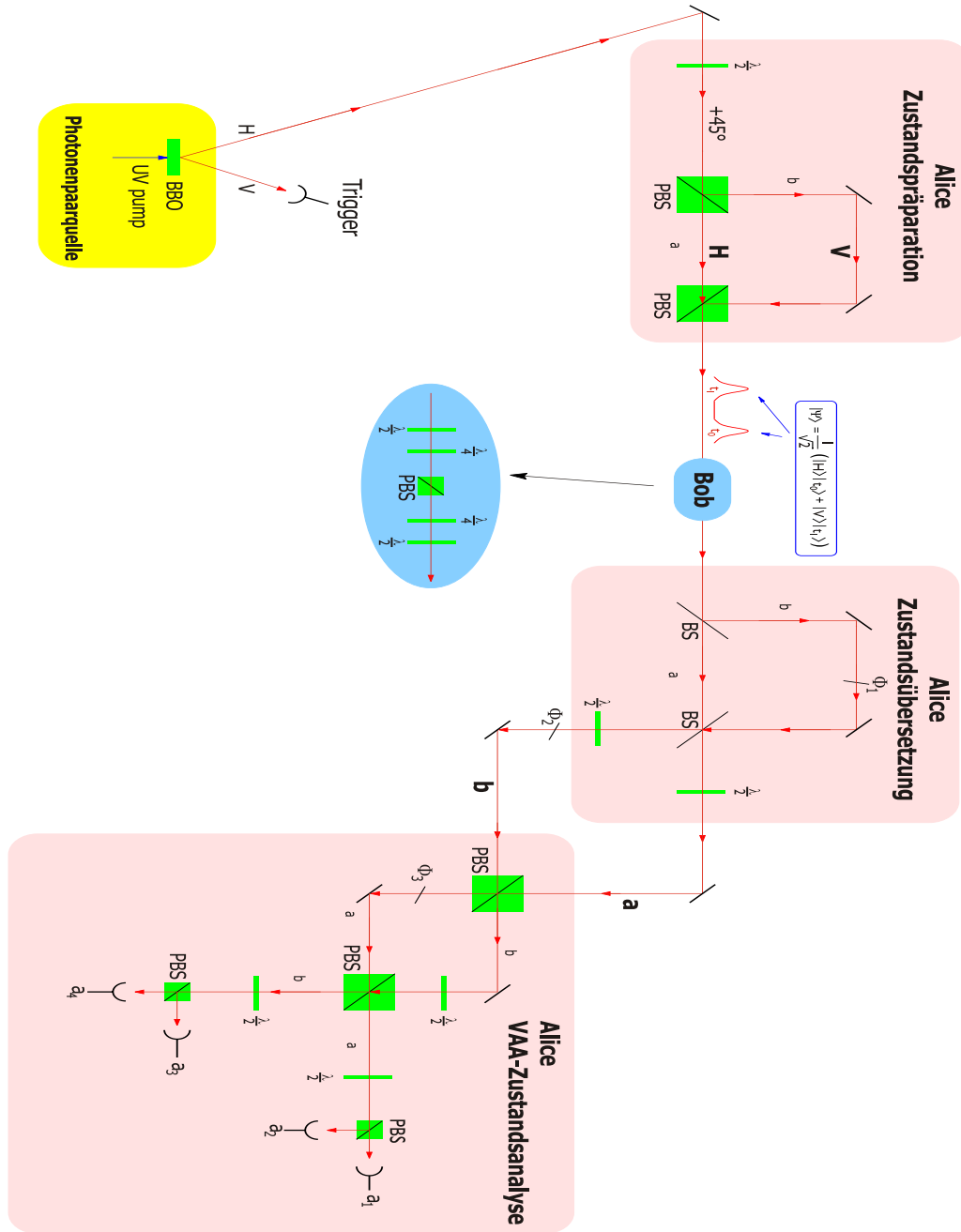


Abbildung 2.1: Skizze des Experiments. Es besteht aus einer Paarphotonenquelle, einer Präparationseinheit, einer Einheit, die die Messung von Bob repräsentiert, einer Zustandsübersetzung, die eine für die Analyse notwendige Transformation zwischen den Freiheitsgraden Ankunftszeit und Ort realisiert, und die VAA-Analyseeinheit, die den Zustand auf die VAA-Basis projiziert.

und ist V-polarisiert. Am Ende des Interferometers treffen die Strahlengänge der einzelnen Arme wieder zusammen. Allerdings ist ein H-polarisiertes Photon zeitlich gegenüber einem V-polarisierten Photon verschoben. Da die Aufspaltung des Photons auf die beiden Wege kohärent erfolgt, ist damit der verschränkte Zustand

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{H}\rangle|t_0\rangle + |\text{V}\rangle|t_1\rangle) \quad (2.1)$$

zweier Freiheitsgrade des Photons realisiert.

Die Einheit, die Bobs Messung des Teilchens vornimmt, besteht aus einer Anordnung von $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen, $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und einem polarisierenden Strahlteiler (PBS). Die „Messungen“, die Bob hier durchführt, sind Projektionen auf die Eigenzustände der drei möglichen Messbasen. Die Komponente des Zustands, die nicht der jeweils von Bob eingestellten Polarisation entspricht, wird herausgefiltert. Die Ankunftszeit als zweiter Freiheitsgrad wird durch diese „Messung“ nicht beeinflusst. Somit wird nur eine „Messung“ an dem für Bob erreichbaren Teilchen durchgeführt. Das zweite, durch den zweiten Freiheitsgrad repräsentierte Teilchen, das Alice zurückbehalten darf, bleibt unberührt. Die einzelnen Komponenten der Messeinheit, die ich im Folgenden mit Bob abkürze, sind in der Reihenfolge $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen, $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen, polarisierender Strahlteiler, $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen angeordnet.

Für die nachfolgende Analyse ist es notwendig, den Zustand nach Bobs Messung in einer VAA-Basis nachzuweisen, damit man eine zuverlässige Aussage über das Messergebnis von Bob bekommt. Man braucht also eine Transformation, die die verschiedenen Zwei-Freiheitsgrad-Zustände nach Bobs Messung in die vier unterscheidbaren Kanäle der VAA-Basisvektoren projiziert. Eine solche Transformation ist derzeit nur im Polarisations-Ortsraum bekannt und realisierbar. Es ist also notwendig, eine Transformation des Zweifreiheitsgrad-Zustandes vom Polarisations-Zeit- zum Polarisations-Orts-Raum durchzuführen.

Dies geschieht im zweiten asymmetrischen Mach-Zehnder-Interferometer, das mit normalen Strahlteilern ausgestattet ist. Hier können sich in beiden Armen sowohl H-polarisierte wie auch V-Polarisierte Photonen befinden. Somit ergeben sich vier Möglichkeiten für die Photonen, wie sie durch die ersten beiden Interferometer gelangen können: Ein Photon kann zweimal den kurzen Arm durchlaufen, dann ist es in jedem Fall H-polarisiert und verlässt das zweite Interferometer zu einem frühen Zeitpunkt. Es kann zweimal den langen Arm durchlaufen, dann ist es V-polarisiert und benötigt die längste Zeit, um das zweite Interferometer zu verlassen. Nur für die Fälle, in denen das Photon einmal den kurzen und einmal den langen Weg durchläuft, ist es nicht möglich zu sagen, welche Polarisation es hat, vorausgesetzt, die Weglängenunterschiede der Arme der beiden asymmetrischen Mach-Zehnder-Interferometer sind gleich. Zeitlich erreicht ein solches Photon den Ausgang des zweiten Interferometers zwischen den beiden anderen Möglichkeiten.

In Abbildung 2.2 ist die Ankunftszeitverteilung der Photonen dargestellt. Da es

nur für die mittlere Zeit zwei Möglichkeiten für die Photonen gibt, die beiden ersten Interferometer zu durchlaufen, kann nach dem zweiten Interferometer nur für diese Photonen eine Interferenz beobachtet werden. Die sogenannten Peripheriemaxima, die 3 ns Laufzeitunterschied zum Mittelmaximum haben, müssen separiert werden. Mit Hilfe des oben erwähnten Triggerphotons, können mit einer Koinzidenzlogik nur Photonen des Mittelpulses gezählt werden.

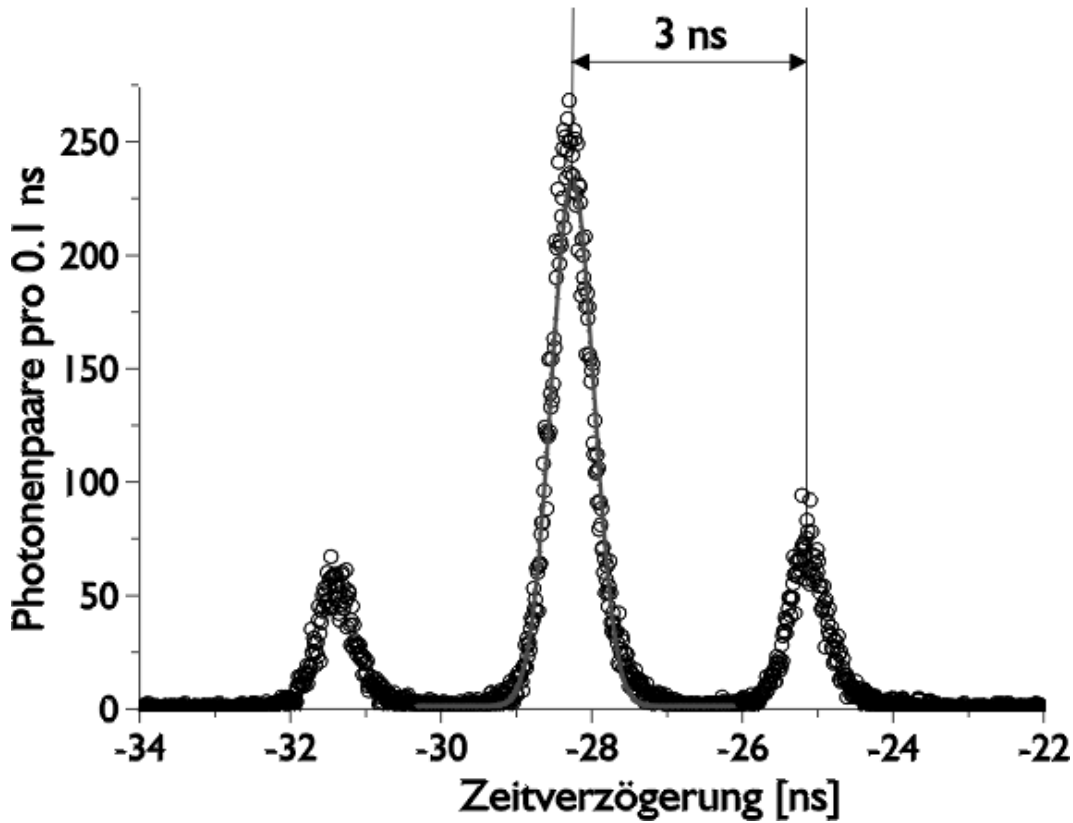


Abbildung 2.2: Verteilung der Zeitdifferenzen zwischen Trigger- und Experimentier-Photon nach dem 2. Mach-Zehnder-Interferometer. Das 1. Peripheriemaximum der Verteilung zeigt Photonen, die kurz-kurz, das mittlere Maximum zeigt Photonen, die entweder kurz-lang oder lang-kurz und das 2. Peripheriemaximum zeigt Photonen, die lang-lang durchlaufen haben.

Stellt man die Armlängen des zweiten Interferometers nun so ein, dass für die Reflexion am Strahlteiler destruktive Interferenz auftritt, so befinden sich, wie eine Rechnung zeigt, im Ausgang a des zweiten Interferometers nur $+45^\circ$ -polarisierte Photonen und im Ausgang b nur -45° -polarisierte Photonen [7]. Die beiden ersten Interferometer bilden demnach zusammen ein Polarisationsinterferometer. Nun ist der polarisations-zeitverschänkte Zustand (1.27) in den polarisations-

Ort-verschränkten-Zustand

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|P\rangle|a\rangle + |M\rangle|b\rangle) \quad (2.2)$$

übersetzt. Dabei ist P $+45^\circ$, M -45° linear polarisiertes Licht. Um den gewünschten Zustand (1.28) zu erhalten, setzt man hinter dem Ausgang a des zweiten Interferometers ein $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen, dessen optische Achse um $22,5^\circ$, und im Ausgang b ein $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen, dessen optische Achse um $-22,5^\circ$ gegen die Horizontale verdreht ist [7].

Der restliche Aufbau, bestehend aus zwei Mach-Zehnder-Interferometern ist nun der Analysator, der den Zustand nach Bobs Polarisationsmessung in die VAA-Basis projiziert. Auch hier sind in den Interferometern entsprechende Phasen zu setzen, näheres dazu im Abschnitt 3.2, damit durch destruktive bzw. konstruktive Interferenz der gemischte Zwei-Freiheitsgrad-Zustand nach Bobs Messung korrekt in die entsprechenden VAA-Basiszustände transformiert wird. Die Detektoren an den Ausgängen a_1 , a_2 , a_3 und a_4 repräsentieren die Basisvektoren der VAA-Basis aus Gleichung (1.21), d.h. ist vor dem Analysator ein gemischter Zustand eine Superposition von z.B. $|\Phi_1\rangle + |\Phi_2\rangle$, dann „klicken“ die Detektoren bei a_1 und a_2 . Die Bezeichnungen für die verschiedenen Ausgänge des VAA-Analysators werden später ersetzt durch $a_1 = Ha$, $a_2 = Va$, $a_3 = Vb$ und $a_4 = Hb$.

2.1 Die Photonenquelle

Der Strahl eines Ar^+ -Lasers der Wellenlänge 351 nm wird mit einem Teleskop auf einen BBO-Kristall¹ fokussiert, er hat dort einen Waist von 200 μm [7]. Im BBO-Kristall findet eine parametrische Fluoreszenz vom Typ II² statt (siehe Abbildung 2.4). Die bei der parametrischen Fluoreszenz entstehenden Photonen werden gleichzeitig erzeugt und haben nach Energie- und Impulserhaltungssatz in der Summe die gleiche Energie und den gleichen Impuls wie das in diesem nichtlinearen Prozess vernichtete Pumpphoton.

Die paarweise erzeugten Photonen werden mit unterschiedlicher Polarisation entlang von Kegelmänteln emittiert, deren Öffnungswinkel und relative räumliche Lage von der Wellenlänge der erzeugten Photonen und der Orientierung der optische Achse bezüglich des Pumpstrahls abhängt. Beschränkt man sich auf den Entartungsfall, in dem die erzeugten Photonen die identische Wellenlänge ($\lambda = 702$ nm) besitzen, ergeben sich je nach Verkippung Kristalls verschiedene Emissionskegel (siehe Abbildung 2.5). Für unser Experiment ist $\Theta = 48,1^\circ$ gegen die Orientierung des Pumpstrahls verkippt [13]. In diesem Fall berühren sich die

¹BBO: Beta-Barium-Borat

²Typ II bedeutet, dass ein horizontal und ein vertikal polarisiertes Photon erzeugt wird

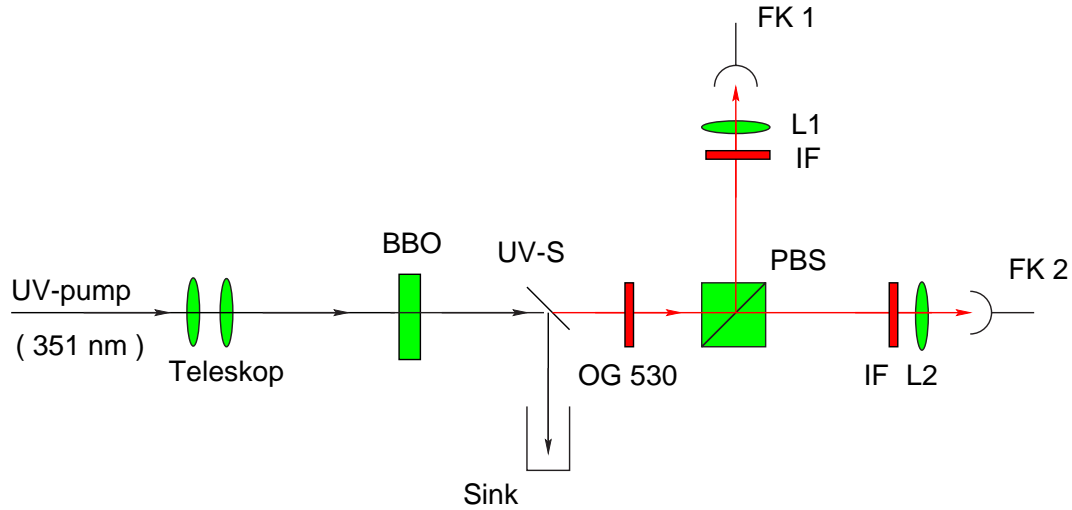


Abbildung 2.3: Schematische Skizze der Photonenquelle.

Emissionskegel gerade. Es werden nur Photonen aufgesammelt, die entlang der Berührungsgewinde emittiert werden. Für eine genauere Beschreibung der parametrischen Fluoreszenz und der darauf basierenden Paarphotonenquellen sei auf [13, 14, 15] verwiesen.

Da der Prozess der parametrischen Fluoreszenz extrem ineffizient ist, wird der größte Teil der Strahlung des Pumpasers den Kristall durchdringen. Deswegen wird das restliche UV-Licht durch einen dichroitischen Spiegel (UV-S) und ein Farbglasfilter (Typ OG530), das nur Licht einer Wellenlänge größer als 550 nm transmittiert, herausgefiltert.

Nach diesem Filter werden die beiden *gleichzeitig* erzeugten Photonen durch einen polarisierenden Strahlteiler (PBS) getrennt und in Single-Mode Glasfasern eingekoppelt. Bevor man in die Glasfasern einkoppelt, sind noch zwei Interferenzfilter mit einer Zentralwellenlänge von 702 nm im Strahlengang, um nur Fluoreszenzphotonen mit der halben Pumpfrequenz aus dem parametrischen Konversionsprozess zu selektieren und Fluoreszenz z.B. von der Oberfläche des Kristalls zu unterdrücken.

Eines der so erzeugten Photonen wird als Trigger benutzt, das Andere wird in das Experiment eingespeist.

Ein großer Vorteil des Einkoppelns in Glasfasern ist die Unabhängigkeit der Quelle vom Experiment. Einerseits kann die Quelle justiert werden, ohne das restliche Experiment zu beeinflussen, andererseits kann die Quelle ohne große Probleme durch eine kompaktere Quelle, z.B. der von Jürgen Volz in seiner Diplomarbeit entwickelten kompakten Festkörperlichtquelle [14, 16], ersetzt werden.

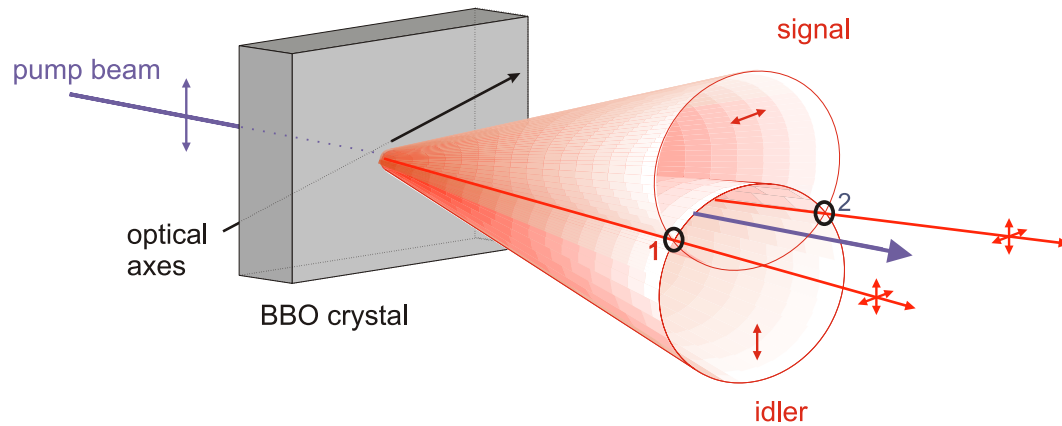


Abbildung 2.4: Parametrische Fluoreszenz des Typs II [15]

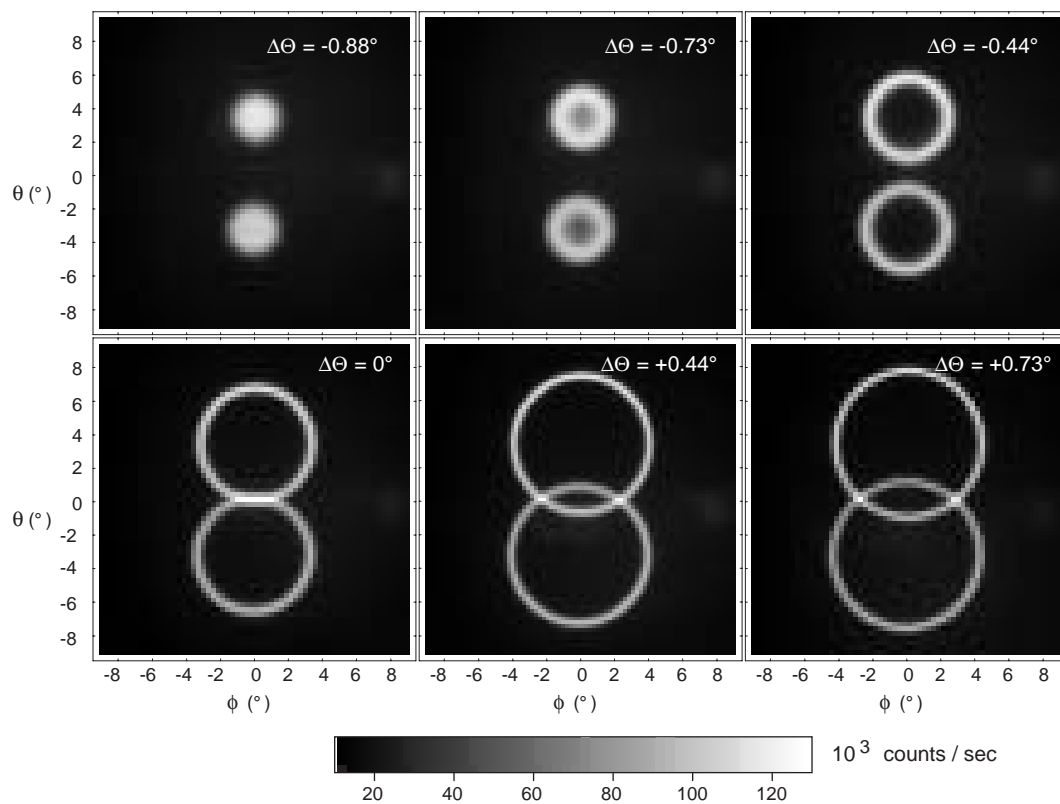


Abbildung 2.5: Verschiedene Einstellungen des Winkels der optischen Achse des BBO-Kristalls im Bezug auf den Pumpstrahl für die Wellenlänge 702 nm. Dabei ist $\Delta\Theta$ die Differenz zwischen dem Winkel der Orientierung zum Pumpstrahl und dem Winkel der Kristallachse zur Oberflächennormalen [13]

2.2 Die Detektoren und Messelektronik

Am Ende des Experiments müssen die ankommenden Photonen möglichst effizient detektiert werden. Dazu werden Silizium-Avalanche-Photodioden verwendet [17], die sich im Bereich der Wellenlängen von 600 - 900 nm durch hohe Detektionswahrscheinlichkeiten und niedrige Dunkelzählraten auszeichnen. Näheres zu den Spezifikationen, wie z.B. Diodenkennlinien können in der Arbeit von Markus Weber [7] nachgeschlagen werden.

	Durchbruchsspannung	Betriebsspannung
Detektor 1	182 Volt	207 Volt
Detektor 2	191 Volt	216 Volt
Detektor 3	187 Volt	212 Volt
Detektor 4	188 Volt	213 Volt

Tabelle 2.1: Durchbruchs- und Betriebsspannungen der einzelnen Photodioden, die an die vier Ausgänge a_1 , a_2 , a_3 und a_4 des Experiments (Abb. 2.1) gekoppelt sind.

Die Dioden sind direkt an Multimode-Glasfaser gekoppelt, in die relativ einfach eingekoppelt werden kann. Die Avalanche-Photodioden werden im Geiger-Modus betrieben, in dem die Gegenspannung die Durchbruchsspannung übersteigt, so dass schon einzelne Photonen einen Durchbruch auslösen. Der Durchbruchstrom wird durch einen Löschwiderstand unterbrochen. Die Gegenspannungen der einzelnen Dioden wurden so eingestellt, dass sie jeweils 25 Volt über der Durchbruchspannung (siehe Tabelle 2.1) liegt. Die elektrischen Signale der Detektoren werden an einen Pulsformer geschickt, der schnelle NIM-Pulse erzeugt.

Um die Photonen zu detektieren, die im ersten Interferometerpaar die Wegstrecken kurz-lang bzw. lang-kurz durchlaufen haben, muss eine Koinzidenzmessung zwischen Trigger- und Experimentierphoton vorgenommen werden. Da die Wegstrecke bis zur Detektion von Trigger- bzw. Signalphoton einer Zeitdifferenz von 28 ns entspricht, wird die Verzögerung für das Signal des Triggerphotons durch die Wahl eines Koaxialkabels entsprechender Länge (5,50 m) zur Koinzidenzeinheit vorgenommen.

Es ist nun darauf zu achten, dass man die Koinzidenz ausschließlich mit Photonen, die im mittleren Maximum anzutreffen sind, misst und nicht teilweise solche, die in einem der Pheripheriemaxima sind (siehe Abbildung 2.2). Dazu wird mit Hilfe einer elektronischen Verzögerungsschaltung, die eine Verzögerungszeit von 0 – 8 ns erlaubt, das Koinzidenzzeitfenster auf das Zentrum des mittleren Teilpulses gesetzt und solange verkleinert bzw. vergrößert, dass von den Peripheriephotonen in den Koinzidenzen gerade nichts mehr zu sehen ist. Gelangen nur Peripheriepulse

in die Detektoren³, so sollte die Zählrate unter eine Koinzidenz pro 5 Sekunden sinken, da dies die von den Detektoren zu erwartende Koinzidenz aufgrund der Dunkelzählrate ist. Mit dieser Vorgehensweise ergibt sich ein Koinzidenzzeitfenster von 1,2 ns.

Nachdem in der Koinzidenzstufe festgestellt wurde, dass ein an den Detektoren bei a_1 bis a_4 detektiertes Photon ein entsprechendes Triggerphoton besitzt, wird ein TTL-Signal an eine Zählerkarte im Computer gesendet.

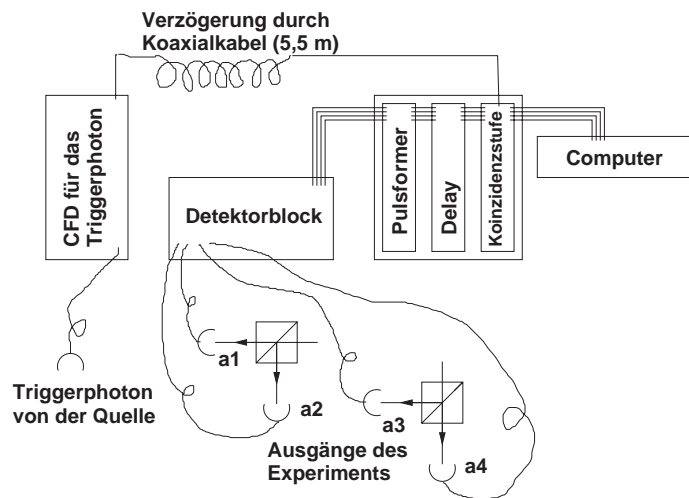


Abbildung 2.6: Skizze der zur Detektion der Photonen benötigten Elektronik

2.3 Die Stabilisierung der Interferometer

Im Experiment ist es erforderlich, den definierten Gangunterschied für eine gesetzte Phase über die gesamte Messzeit auf Bruchteile einer Wellenlänge genau beizubehalten. Dazu ist es notwendig, die Armlängen der Mach-Zehnder-Interferometer aktiv zu stabilisieren. In Anlehnung an das Hänsch-Couillaud-Verfahren [18] benutzt man dazu Interferenzen, die an einem Ausgang eines Interferometers mit einer Polarisationsanalyse in der RL-Basis gemessen werden. In Abbildung 2.7 ist eine solche Stabilisierung dargestellt.

Parallel zum Lichtweg, den das Experimentierphoton durchläuft, verläuft in den Interferometern das Licht eines temperaturstabilisierten Helium-Neon-Lasers, dessen Licht vor dem ersten polarisierenden Strahlteiler unter $+45^\circ$ polarisiert ist (siehe Abbildung 2.7). Wenn die Weglängendifferenz der beiden Interferometer-

³dies erreicht man durch abdecken je eines kurzen und eines langen Arms des Polarisationsinterferometers

arme kleiner als die Kohärenzlänge⁴ der durchlaufenden Photonen ist, so kann nach einem um $+45^\circ$ zur Horizontalen verdrehten $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen, das hinter dem Ausgang des Interferometers steht, Interferenz beobachtet werden. Diese Polarisationsanalyse ist in Abbildung 2.7 skizziert. Die Interferenzbilder an den beiden PIN-Photodioden (D1 und D2) sind um 180° phasenverschoben. Die von den Photodioden gemessenen Photoströme, die zu den einfallenden Lichtintensitäten proportional sind, haben einen \sin^2 -förmigen Verlauf.

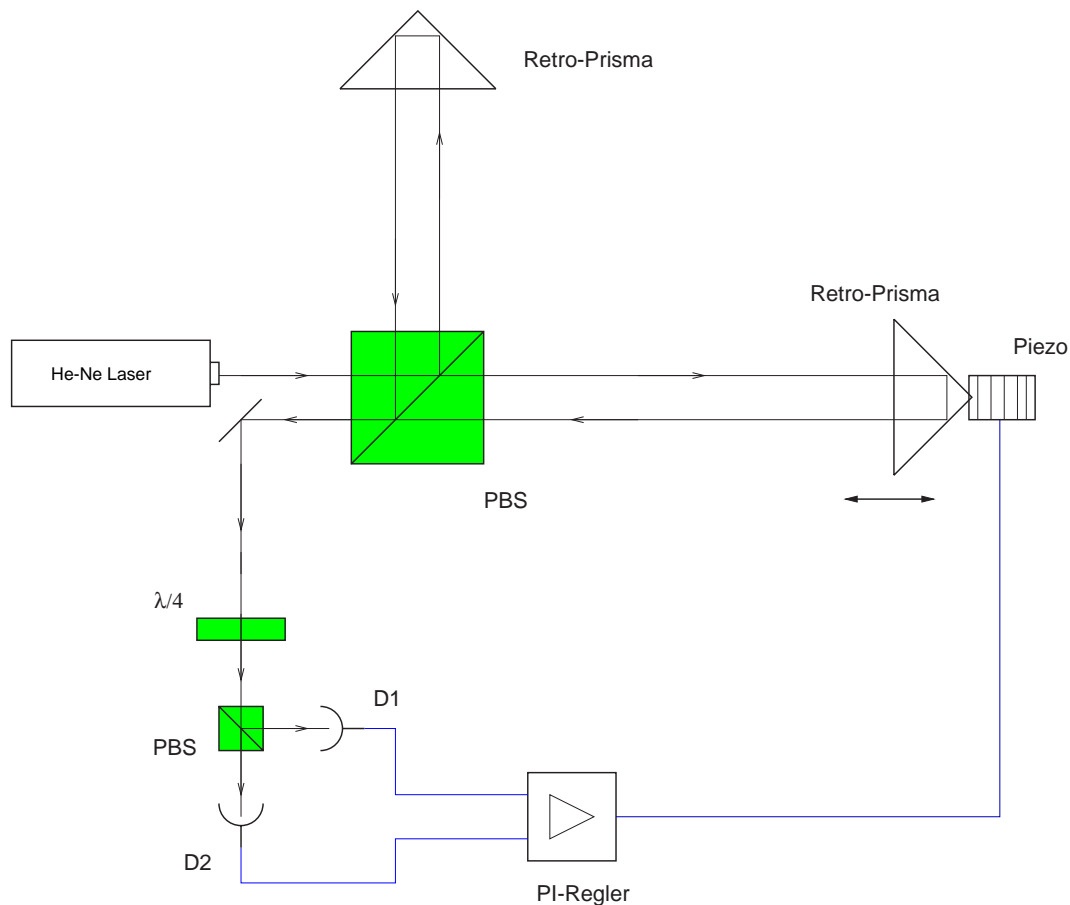


Abbildung 2.7: Skizze einer Stabilisierung. Das Mach-Zehnder-Interferometer besteht aus dem PBS und den beiden Retroprismen. Das $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen nach dem Interferometer dreht das Licht in die RL-Basis, das nach dem polarisierenden Strahlteiler PBS in die Detektoren D1 und D2 gelangt.

Falls sich nun die Armlänge des Interferometers verändert, wird sich das Interferenzmuster ändern. Aufgrund der Phasenverschiebung wird das Signal der einen Photodiode schwächer, wenn sie bei der anderen stärker wird. Es wird jetzt

⁴Beim HeNe-Laser im Einzelmodenbetrieb ist die Kohärenzlänge größer als 100 m

die Differenzspannung der beiden Photodioden gebildet, die als Fehlersignal für die Längendifferenz des Interferometers herangezogen wird. Ein piezoelektrisches Stellelement, das einen der beiden Arme verlängern oder verkürzen kann, verfährt bei einer Differenzspannung ungleich null diesen Arm des Interferometers solange, bis der Regelpunkt wieder erreicht ist. Damit kann eine Störung, die z.B. vom Aufheizen des optischen Tisches oder der Änderung der Lufttemperatur herrühren kann, ausgeglichen werden.

2.4 Korrekturen der optischen Elemente

Naturgemäß weisen reale optische Komponenten unerwünschte Doppelbrechungen auf, die eine Polarisationsänderung des einfallenden Lichtes bewirken. Diese unerwünschte Polarisationsänderung muss wieder rückgängig gemacht werden. In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie gut man diese auftretenden Doppelbrechungen unterdrücken kann.

2.4.1 Überprüfung von „Bob“

Zuallererst muss verifiziert werden, dass „Bob“ genau in dem Äquivalent der kartesischen Basen, die in Abschnitt 1.4 eingeführt wurden, also in der HV-Basis, in der PM-Basis und in der RL-Basis misst. Dazu habe ich bei Bob eine Polarisationsanalyse für alle Messungen durchgeführt. Dabei ist ein linearer Polarisationsfilter nach Bob durchgedreht worden. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 2.8 – 2.10 zu sehen.

Bob besteht aus einer Aneinanderreihung von Wellenplättchen und einem polarisierenden Strahlteiler (siehe Abbildung 2.1). Für horizontale Messung müssen alle $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen und $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen auf 0° bezüglich der optische Achse gestellt werden, die vertikale Einstellung ist gegeben, wenn die $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen auf $+45^\circ$ gestellt werden. Für die $\pm 45^\circ$ Messungen sind die $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen beide auf $\pm 22,5^\circ$ einzustellen. Bei Bobs Einstellung für die Rechts- bzw. Links-Messung stehen die $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen wieder auf 0° , die $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen sind auf $\pm 45^\circ$ und $\mp 45^\circ$ zu drehen.

Wie man den Abbildungen 2.8 – 2.10 entnehmen kann, ist der Kontrast⁵ der linearen Polarisierungen bei $99,6\% \pm 0,2\%$. Die Phasen x_0 , die den Wendepunkt in der steigenden Flanke bezeichnen, liegen für die H-Polarisation bei $135,76^\circ \pm 0,23^\circ$, für die V-Polarisation bei $45,20^\circ \pm 0,15^\circ$, für die $+45^\circ$ -Polarisation bei $180,18^\circ \pm 0,16^\circ$ und für die -45° -Polarisation bei $90,77^\circ \pm 0,23^\circ$.

Die hier angegebenen Fehler sind einzig die Fehler, die sich aus dem Fit ergeben, es muss aber auch berücksichtigt werden, dass die Winkel des Polarisators und

⁵Der Kontrast ist durch $v = \frac{\max - \min}{\max + \min}$ definiert

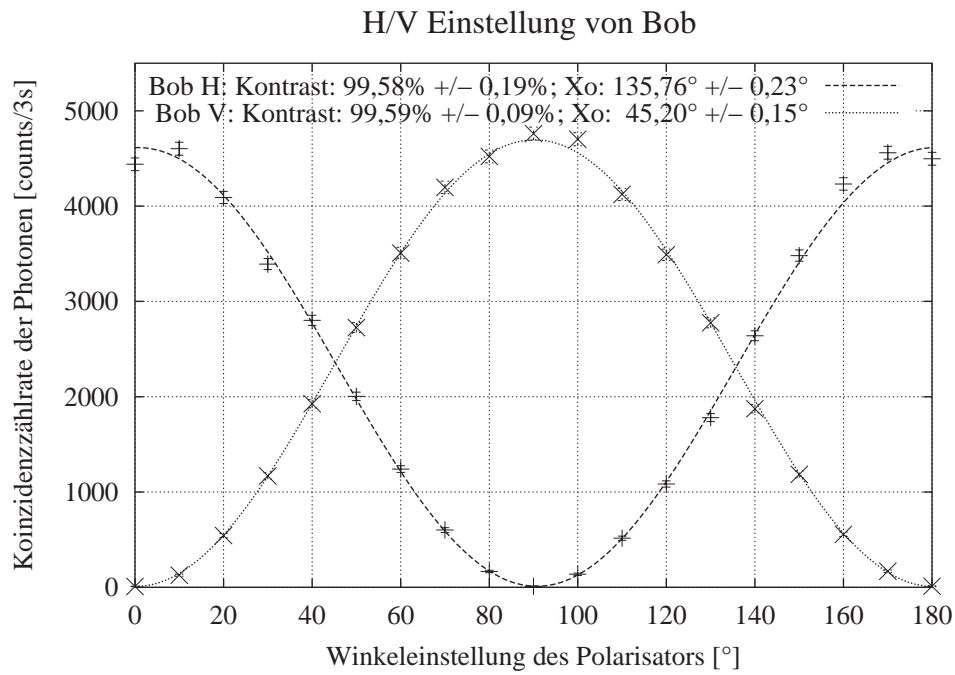


Abbildung 2.8:

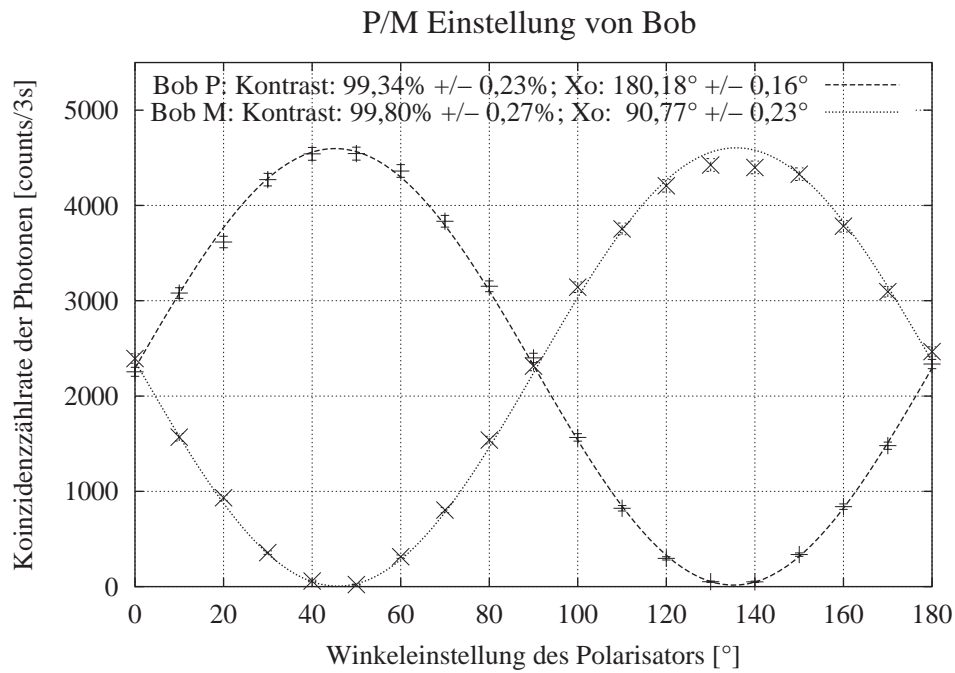


Abbildung 2.9:

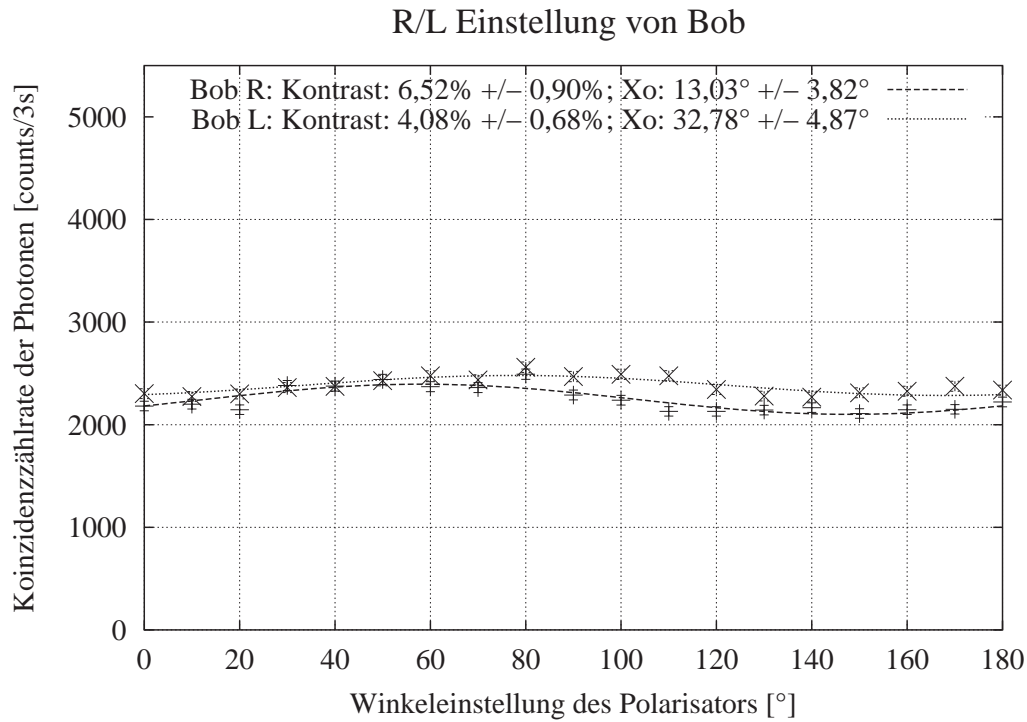


Abbildung 2.10:

der $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen bzw. $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen von Bob, nur mit einer Genauigkeit von $0,5^\circ$ eingestellt werden können. Des Weiteren ist die Spezifikation des polarisierenden Strahlteilers, der in Bob verwendet wird für die Transmission S-Polarisierten Lichts (hier V-Polarisation) bei 1%.⁶ Diese Fehler addieren sich noch zu den angegebenen Fehlern hinzu. Damit ist die Abweichung vom Idealwert von 100% erklärt, und Phaseneinstellungen stimmen innerhalb der Fehlergrenzen mit den theoretischen Werten überein.

Für die zirkularen Polarisationen beträgt der Kontrast $5,2\% \pm 0,8\%$ und die Phasenlage der x_0 -Werte ist für R-Polarisation bei $13,03^\circ \pm 3,82^\circ$ und für L-Polarisation bei $32,78^\circ \pm 4,87^\circ$. Bei der Phasenlage ist wiederum zusätzlich der Einstellungsfehler zu berücksichtigen. Die großen Fehler in der Phase weisen darauf hin, dass die verwendete Fitfunktion⁷

$$f(x) = \frac{a}{2}[1 + v \sin(2(x - x_0))]$$

hier keine so zuverlässige Anpassung an die in der Messung gewonnenen Werte liefert. Außerdem sind die Phasenwerte der Polarisationen nicht in einer Beziehung,

⁶Spezifikation: 95% Transmission (T) für P-Polarisation (parallel zur Einfallsebene), 1% T für S-Polarisation (senkrecht zur Einfallsebene). Daten aus Melles Griot Katalog

⁷Der Parameter a bestimmt die Höhe der Amplitude, v ist der Kontrast, und x_0 ist die Abszisse des Wendepunkts in der steigenden Flanke

die darauf schließen lassen würde, dass noch ein sich auf die Messung auswirkender Anteil linearpolarisierten Lichts vorhanden ist. Dementsprechend ist die Zirkularpolarisation hier ausreichend gut.

2.4.2 Korrekturen in den Interferometern

Da bei diesem Experiment nicht nur horizontale und vertikale Polarisationen vorkommen, sondern auch $\pm 45^\circ$ linear polarisiertes und rechts bzw. links polarisiertes zirkuläres Licht auf die optischen Komponenten trifft, muss man überprüfen, ob die Polarisationen nach Passieren dieser Komponenten erhalten bleiben. In der Tat ist das nicht der Fall. Trifft z.B. unter $+45^\circ$ polarisiertes Licht auf ein Umlenkprisma, so wird der H-Anteil gegenüber dem V-Anteil phasenverschoben. Daraus ergibt sich eine Änderung der ursprünglichen Polarisation, die rückgängig gemacht werden muss, da sonst die Zustände verfälscht werden.

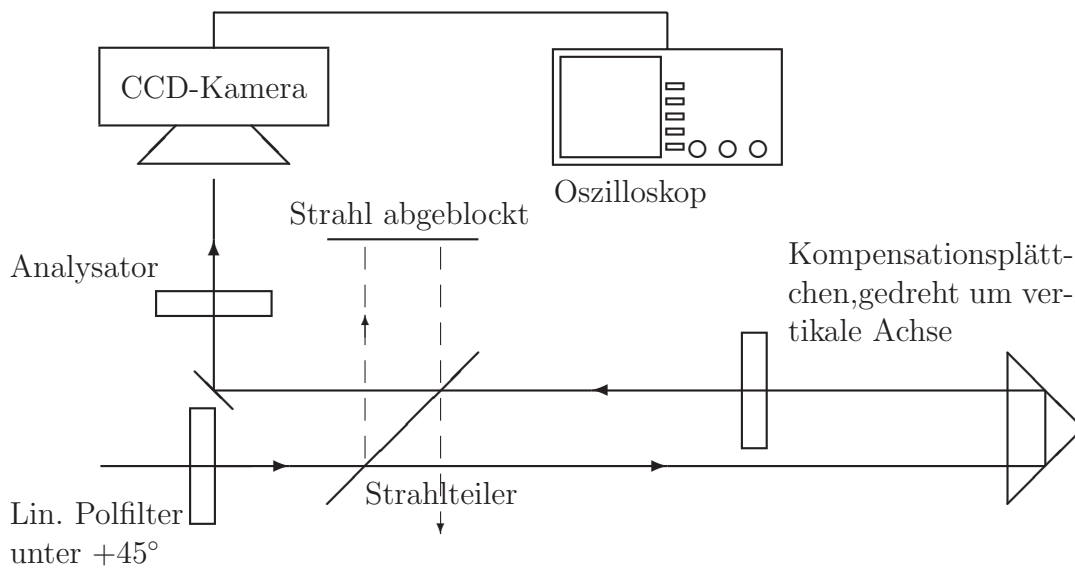


Abbildung 2.11: Vorgehen um Fehler der optischen Komponenten zu kompensieren. Es werden hier der Strahlteiler und das Retroprisma kompensiert.

Teilweise kann dieser Effekt durch den Goos-Hänchen-Effekt erklärt werden [19], der besagt, dass die S-Komponente⁸ der bei einer Totalreflexion auftretenden Welle tiefer in den Raumbereich außerhalb des Prismas eindringt, als die P-Komponente⁹. Es kommen aber sicherlich noch andere Effekte hinzu, z.B. durch die verschiedenen Schichtgrenzen der optischen Komponenten. Der Gesamteffekt lässt sich leider nur sehr schwer bestimmen und ist teilweise bei den Komponenten individuell verschieden.

⁸Polarisationkomponente senkrecht zur Einfallsebene

⁹Polarisationskomponente parallel zur Einfallsebene

Um die unerwünschte Verdrehung der Polarisation zu kompensieren, stellt man wie in Abbildung 2.11 skizziert vor die entsprechenden, zu kompensierenden, optischen Komponenten einen linearen auf $+45^\circ$ Grad eingestellten Polarisationsfilter. Man speist in das Experiment nun anstelle der Einzelphotonen das Licht einer gitterstabilisierten Laserdiode [15] gleicher Wellenlänge ein und geht durch den Polfilter und die zu kompensierenden Elemente auf eine CCD-Kamera, die sehr viel empfindlicher ist, als eine Photodiode.

Bevor der Lichtstrahl auf die Kamera trifft durchläuft er einen auf -45° eingestellten Analysator im Strahlengang. Zwischen Polarisator und Analysator wird nun, wenn bei dieser gekreuzten Stellung noch Licht transmittiert wird, ein doppelbrechendes Plättchen in den Strahlengang gestellt, dessen optische Achse gegenüber der horizontalen Richtung nicht verkippt ist. Dieses Plättchen wird nun solange um die vertikale Achse verdreht, bis das Signal der CCD-Kamera ein Minimum erreicht hat. Dies ist nun die optimale Einstellung der Kompensation, die durch die Kompensationsplättchen erreicht werden kann.

Messung ohne Kompensation: Analysa Arm 3a

Polarisator	Analysator	Arm		CCD-Spannung [mV]	CCD-Frequenz [MHz]	Transmissionsverhältnis[%]
M	$+45^\circ - 8^\circ$	a	min	94	4	37,60%
	$-45^\circ + 9^\circ$		max	250	4	

Tabelle 2.2: In der ersten Spalte ist die Einstellung des linearen Polarisators eingezeichnet, in der zweiten die Stellung des Analysators, bei dem das Minimum der Transmission liegt. Die dritte Spalte zeigt denjenigen Arm des 2. Interferometers, der vermessen wird. In der fünften Spalte ist die Maximale Spannung der CCD-Kamera aufgetragen. Die nächste Spalte gibt über die Empfindlichkeit der CCD-Kamera Auskunft und in der letzten Spalte ist das Verhältnis der Transmission des Minimums gegenüber dem Maximum eingetragen.

Führt man die im letzten Abschnitt beschriebene Prozedur durch, so erhält man ein Maß für die Güte der Kompensation. Die Tabelle 2.2 zeigt eine Messung für den Arm a des zweiten Interferometers, in dem *kein* Kompensationsplättchen stand. Man stellt fest, dass das Minimum des Analysators nicht bei gekreuzter Stellung der Polarisatoren zu finden ist sondern bei einem Winkel, der 9° neben dem erwarteten Wert liegt, dies bedeutet, dass eine Phasenverschiebung der Linearen Polarisation stattgefunden hat.

Zur Bestimmung des Transmissionsverhältnisses Minimum zu Maximum, muss die Integrationszeit der CCD-Kamera mit berücksichtigt werden. Verdoppelt man die Abtastfrequenz, so halbiert sich die Integrationszeit der CCD-Kamera und die Empfindlichkeit halbiert sich ebenfalls. Damit ergibt sich das Transmissionsverhältnis zu

$$\text{Transmissionsverhältnis}[\%] = \frac{\min \cdot \nu_{\text{CCD},\min}}{\max \cdot \nu_{\text{CCD},\max}} \cdot 100\%, \quad (2.3)$$

dabei sind $\nu_{CCD,\min}$ und $\nu_{CCD,\max}$ die beiden Scanfrequenzen der CCD-Kamera und min bzw. max sind die Spannungen, die sich für das Maximum und das Minimum am Oszilloskop (siehe 2.11) ergeben.

Mit dieser Berechnung ist bei optimaler Einstellung ohne Kompensation, die in Tabelle 2.2 ermittelt wurde im Minimum noch eine Transmission von 37,60% gegenüber dem Maximum zu beobachten. Dieses Verhalten kann dadurch erklärt werden, dass auch eine zirkulare Komponente in der Polarisation enthalten ist. Der Gesamteffekt der optischen Komponenten erzeugt demnach eine elliptische Polarisation.

Die Güte der Polarisatoren wurde außerhalb des Experimentes ausgemessen. Bei gekreuzter Stellung der Polarisatoren ergab sich ein Transmissionsverhältnis von 0,06%.

Mit Quarzplättchen, die für 853 nm antireflexbeschichtet sind, ergaben sich für die verschiedenen Arme des zweiten Interferometers die Werte, die in den beiden Tabellen 2.3 und 2.4 aufgelistet sind.

Messung mit einem Quarzplättchen: Analyse im Arm 3a

Polarisator	Analysator	Arm		CCD-Spannung [mV]	CCD-Frequenz [MHz]	Transmissionsverhältnis[%]	
V	$0^\circ \pm 0^\circ$	a	min	10	0,25	0,06%	
			max	1100	4		
	$90^\circ \pm 0^\circ$	b	min	10	0,25	0,08%	
			max	824	4		
H	$90^\circ \pm 0^\circ$	a	min	64	0,25	0,40%	
			max	992	4		
	$0^\circ \pm 0^\circ$	b	min	48	0,25	0,41%	
			max	724	4		
	P	$-45^\circ \pm 0^\circ$	a	min	140	0,25	5,34%
				max	164	4	
$+45^\circ \pm 0^\circ$		b	min	186	0,25	4,47%	
			max	260	4		
M	$+45^\circ \pm 0^\circ$	a	min	128	0,25	5,26%	
			max	152	4		
	$-45^\circ \pm 0^\circ$	b	min	294	0,25	4,64%	
			max	396	4		

Tabelle 2.3: Güte der Polarisation der mit Quarzplättchen kompensierten Interferometerarme des 2. Mach-Zehnder-Interferometers, Analyse in Arm 3a. Die Beschreibungen der einzelnen Spalten entnehme man der Tabelle 2.2

Man sieht, dass für horizontale und vertikale Einstellung der Polarisation durch die Kompensation das Transmissionsverhältnis sehr gering ist. Teilweise erreicht man die Werte, die den gekreuzten Polarisatoren ohne zusätzlichen Komponenten entsprechen. Bei den $\pm 45^\circ$ Polarisierungen jedoch zeigt sich, dass die relative Transmission im Minimum (bzgl. zum Maximum) doch erheblich ist. Zusätzlich kann in den verschiedenen Armen nur sehr unterschiedlich kompensiert werden. Dies bedeutet, dass die ursprüngliche Polarisation durch diese Kompensationsplättchen nicht sehr gut wieder hergestellt wird.

Messung mit einem Quarzplättchen: Analyse im Arm 3a

Polarisator	Analysator	Arm		CCD-Spannung [mV]	CCD-Frequenz [MHz]	Transmissionsverhältnis[%]
V	$0^\circ \pm 0^\circ$	a	min	8	0,25	0,16%
			max	312	4	
	$90^\circ \pm 0^\circ$	b	min	16	0,25	
			max	588	4	
H	$90^\circ \pm 0^\circ$	a	min	6	0,25	0,06%
			max	664	4	
	$0^\circ \pm 0^\circ$	b	min	14	0,25	
			max	904	4	
P	$-45^\circ \pm 4^\circ$	a	min	396	0,25	16,28%
			max	152	4	
	$-45^\circ \pm 5^\circ$	b	min	768	0,25	
			max	256	4	
M	$+45^\circ - 7^\circ$	a	min	416	0,25	15,29%
			max	170	4	
	$+45^\circ - 7^\circ$	b	min	1210	0,25	
			max	448	4	

Tabelle 2.4: Güte der Polarisation der mit Quarzplättchen kompensierten Interferometerarme des 2. Mach-Zehnder-Interferometers, Analyse in Arm 3b. Die Beschreibungen der einzelnen Spalten entnehme man der Tabelle 2.2

Um herauszufinden, wie man die Transmissionen bei gekreuzten Polarisatoren durch die Kompensationsplättchen weiter verringern kann habe ich eine Polarisationsanalyse der verschiedenen Arme der Interferometer zwei und drei mit Einzelphotonen durchgeführt. Mit dieser Analyse bekommt man einen Hinweis darauf, welche Polarisationsänderungen durch die optischen Komponenten geschehen.

Für die Polarisationsanalyse stellt man in die verschiedenen Interferometerarme des dritten Interferometers ein $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen und analysiert die Polarisation der Einzelphotonen im Arm a des vierten Interferometers. Da dieser Interferometer polarisierende Strahlteiler besitzt, verwendet man gleich den polarisierenden Strahlteiler als Analysator. Die verschiedenen Polarisationen werden mit Bob eingestellt, der in Abschnitt 2.4.1 überprüft wurde.

Bevor die Messungen durchgeführt wurden, habe ich theoretisch ausgerechnet, welche Kurven man für die Polarisationsanalyse mit einem $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen erwartet. Dabei wurde bereits berücksichtigt, dass in den Interferometerarmen des dritten Mach-Zehnder-Interferometer $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen stehen. Die theoretischen Kurven sind in Abbildung 2.12 aufgeführt.

In den Abbildungen 2.13 und 2.14 sind beispielhaft je eine Messung für horizontale, vertikale, rechtszirkulare und linkszirkulare Polarisation in einem Arm und einem Ausgang des zweiten Interferometers gezeigt. Bei der Messung für H- und V-Polarisation sind die Kontraste sowie die Fitparameter¹⁰ x_0 (Phasenla-

¹⁰Für die Fitfunktion siehe Gleichung (3.3)

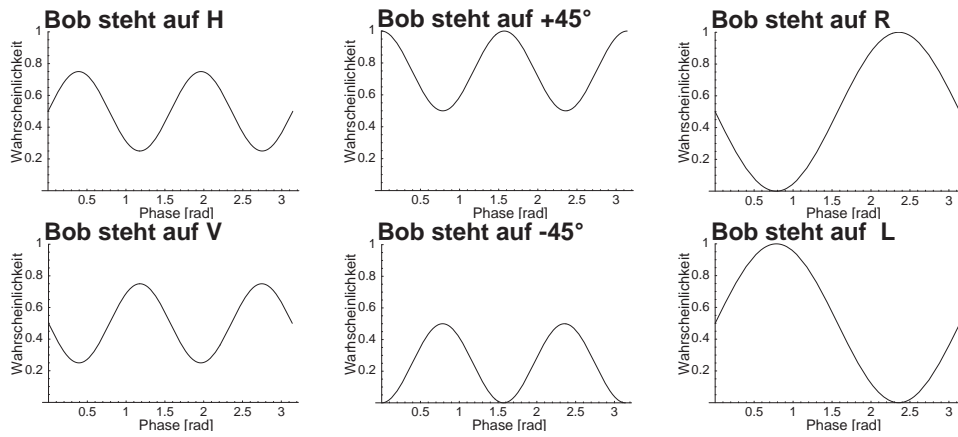


Abbildung 2.12: Theoretischen Kurven für die verschiedenen Einstellungen des Polarisators, der Analysator ist der transmittierende Ausgang eines polarisierenden Strahlteilers. Für die rechts zirkulare, links zirkulare und $+45^\circ$ Einstellung erwartet man einen Kontrast von 100%, für horizontal und vertikal Einstellung einen Kontrast von 50% und für die $+45^\circ$ Messung einen Kontrast von 33%.

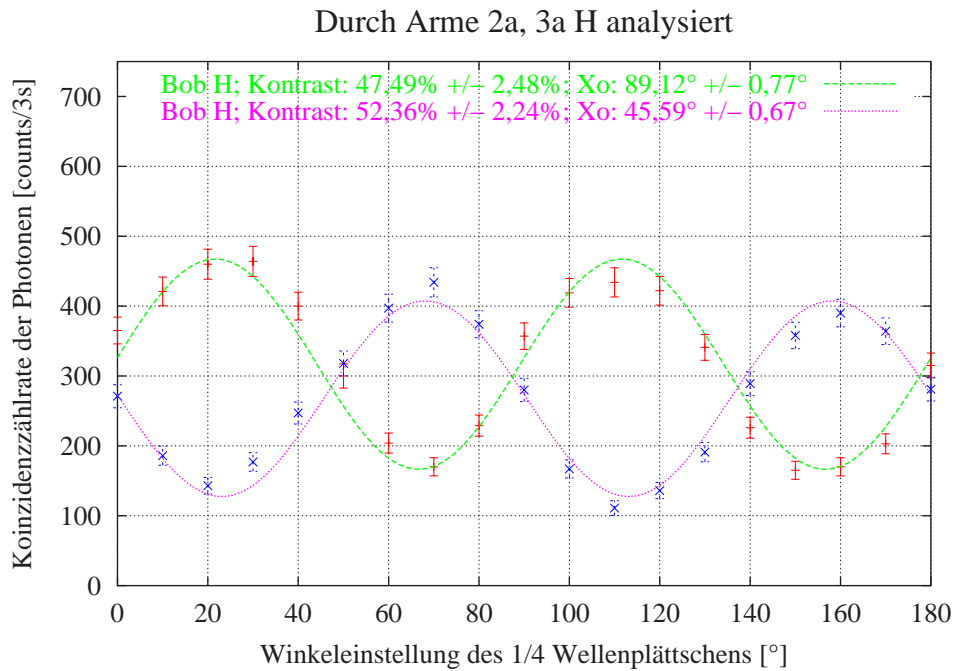


Abbildung 2.13: Messungen für horizontale, und vertikale Einstellung von Bob.

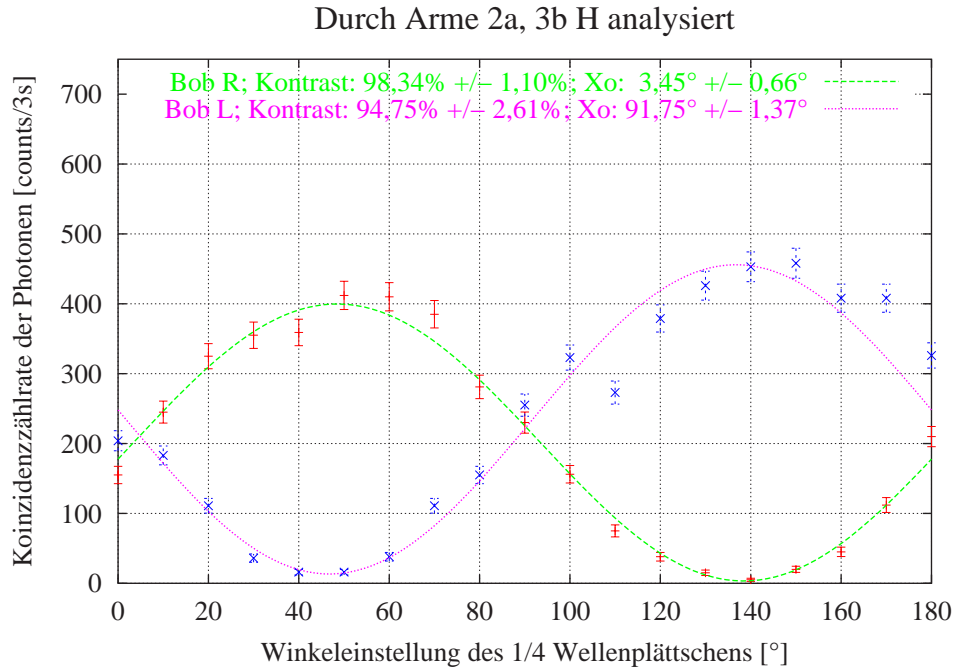


Abbildung 2.14: Messungen für rechts und links zirkulare Einstellung von Bob.

gen) innerhalb der Fehler bei den zu erwartenden Werten. Bei rechts zirkularer und links zirkularer Polarisation jedoch ist im Mittel eine Phasenverschiebung von $2,6^\circ$ zu sehen, sowie ein Kontrast, der im Mittel bei $96,5\%$ liegt. Auch bei den $\pm 45^\circ$ -Polarisationen (Abbildungen 2.15 und 2.16) sind Abweichungen zu der Phasenlage vom Soll ($22,5^\circ$ und $67,5^\circ$) zwischen dem $+45^\circ$ - und -45° -Fall zu sehen, außerdem sind in der PM-Basis zusätzlich bei den Maxima bzw. Minima unterschiedliche Zählraten zu beobachten.

Wie Rechnungen mit einer allgemein elliptischen Polarisation der Form $(a, be^{i\varphi})$ mit $a, b \in [0, 1]$, $\varphi \in [0, 2\pi[$ und $b = \sqrt{1 - a^2}$ gezeigt haben, ergeben sich für Variationen von φ und a Abweichungen von einer einfachen Sinuskurve die in den Abbildungen 2.15 und 2.16 zu sehen sind. Dabei verursacht die Änderung von a eine relative Phasenverschiebung und eine Änderung von φ erzeugt die unterschiedlichen Maxima bzw. Minima. Der rechnerische Vergleich ergibt Werte von φ , die mehr als $\frac{\pi}{10}$ von der erwarteten Phase (0°) abweichen. Weiterhin ist auch zu sehen, dass die Abweichungen im Arm 3b größer sind, als in Arm 3a.

Durch diese Abweichungen wurde erstens gezeigt, dass die Phaseänderung an den Prismen nicht genügend kompensiert ist, es liegt noch eine leicht elliptische Polarisation vor. Zweitens trennen die Strahlteiler nicht 100% -tig in horizontal und vertikal und drittens, ist der gewöhnliche Strahlteiler im zweiten Interferometer nicht ideal.

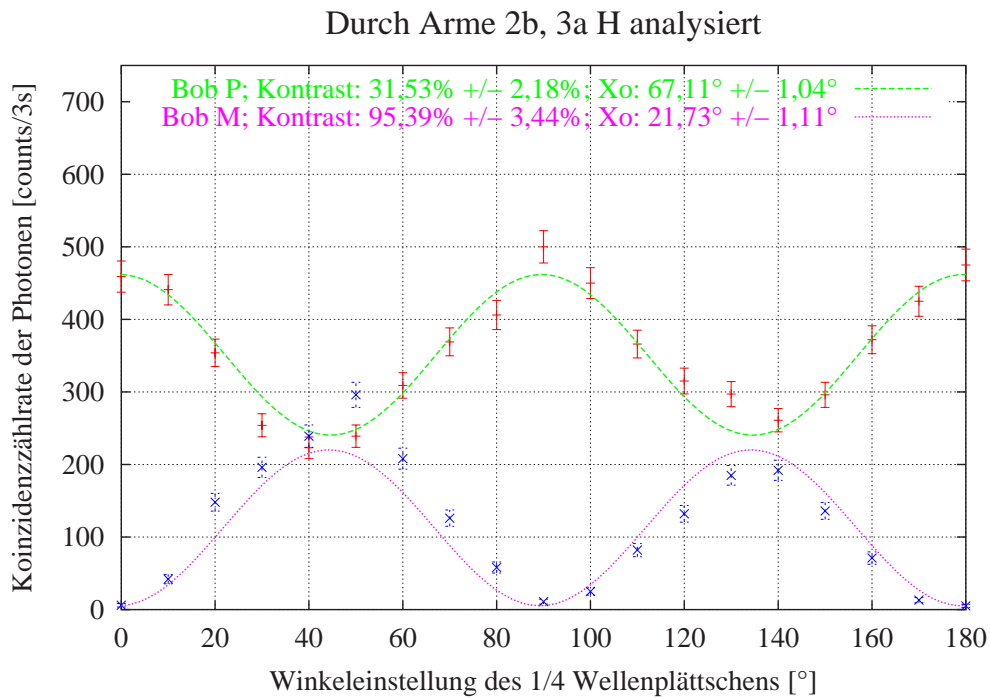
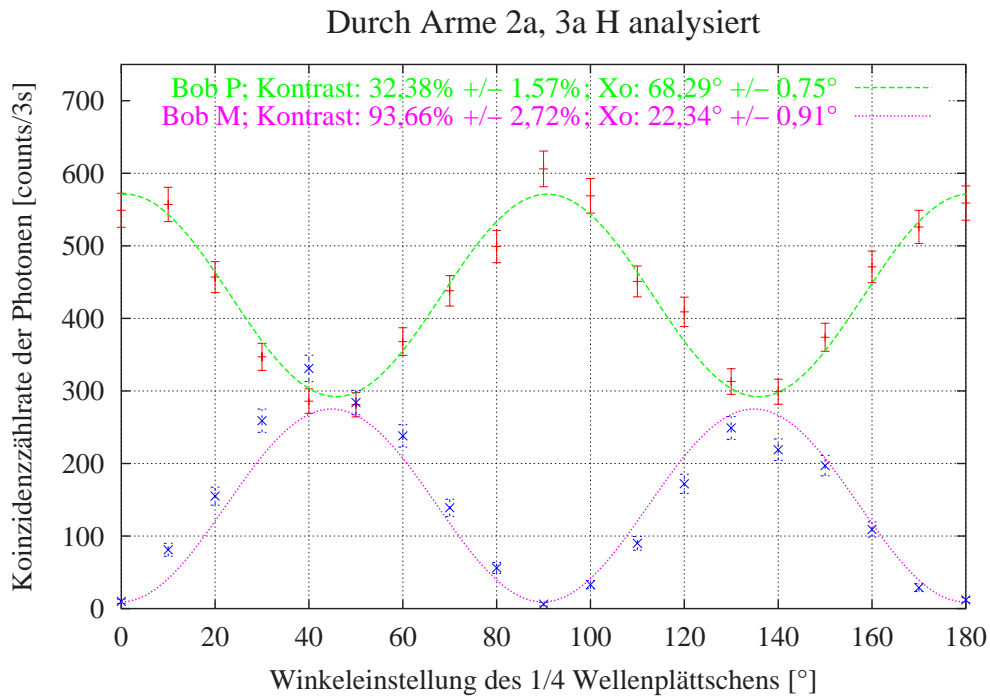


Abbildung 2.15: Messungen der verschiedenen Arme und Ausgänge des zweiten Mach-Zehnder-Interferometers bei den $\pm 45^\circ$ Einstellung von Bob.

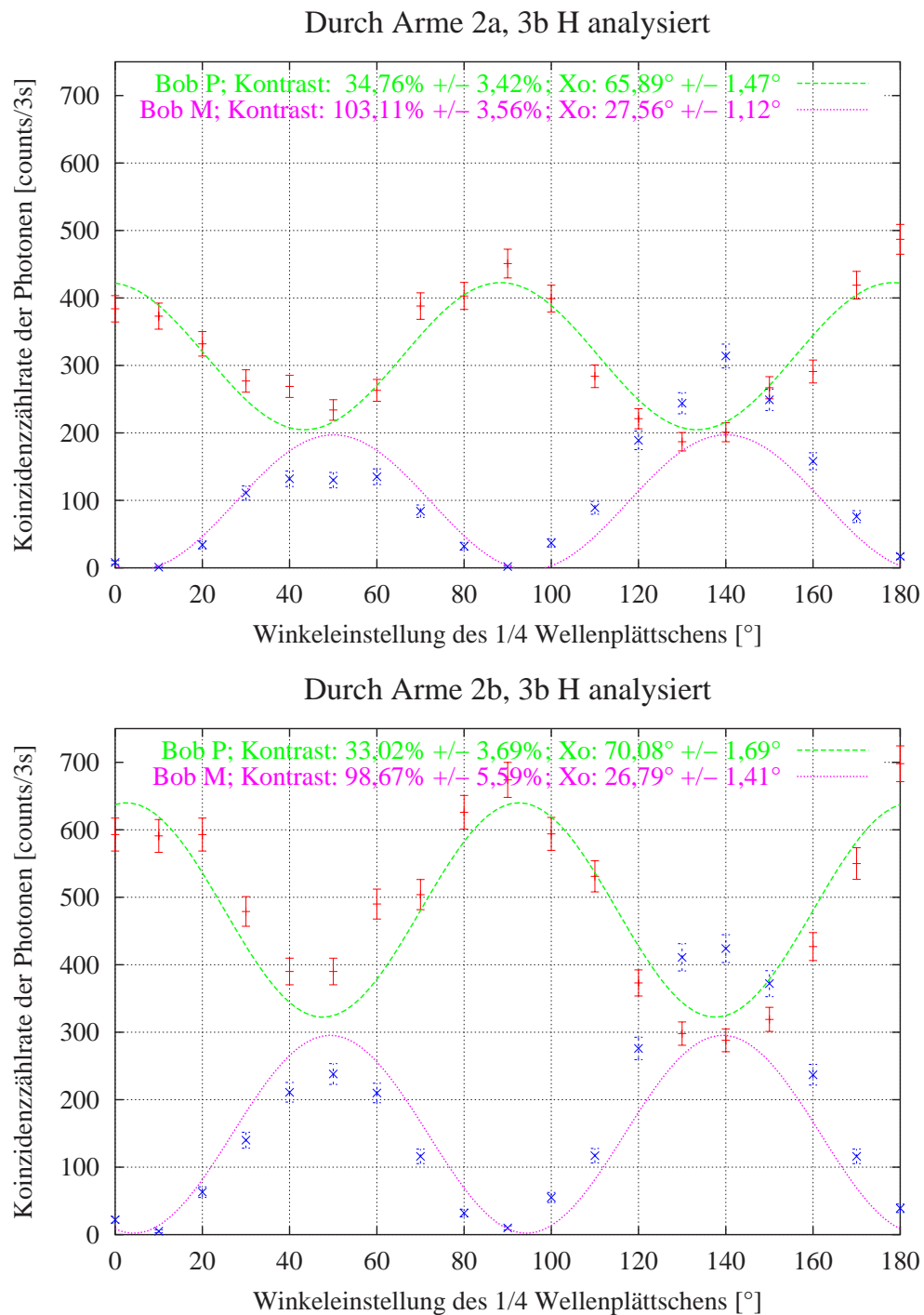


Abbildung 2.16: Messungen der verschiedenen Arme und Ausgänge des zweiten Mach-Zehnder-Interferometers bei den $\pm 45^\circ$ Einstellung von Bob.

Da nun festgestellt wurde, dass die Kompensation nicht sehr gut ist, habe ich nach besseren Kompensationsplättchen gesucht. Dazu stellte ich eine Überlegung an, wie groß der zu kompensierende Phasenschub ist. Dazu stelle ich nun folgende Überlegung an: Der Zustand vor der zu korrigierenden Komponente ist

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - e^{i\varphi}|V\rangle). \quad (2.4)$$

nach der Komponente liegt, ohne jegliche Korrektur, ein beliebiger Zustand

$$|\alpha\rangle = \sin \alpha |H\rangle + \cos \alpha |V\rangle \quad (2.5)$$

vor. Mit

$$|\langle \alpha | \Psi \rangle|^2 = \frac{1}{2}(1 + \sin(2\alpha) \cos \varphi) \quad (2.6)$$

ergibt sich der von φ abhängige Kontrast

$$v = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{(1 + \cos \varphi) - (1 - \cos \varphi)}{(1 + \cos \varphi) + (1 - \cos \varphi)} = \cos \varphi \quad (2.7)$$

Aus der Tabelle 2.2 ergibt sich aus dem Transmissionsverhältnis von 37,6%: $I_{min} = 0,376I_{max}$. Damit ist der Kontrast dieser Messung

$$v = \frac{I_{max} - 0,376I_{max}}{I_{max} + 0,376I_{max}} \approx 0,45 \quad (2.8)$$

setzt man dies in (2.7) ein, ergibt sich für den zu korrigierenden Phasenunterschied $\varphi \approx 63^\circ$. Dies entspricht einem Gangunterschied von $\Delta x = 123\text{nm}$, den man ausgleichen muss. Also sucht man ein Wellenplättchen, das ungefähr diesen Gangunterschied erzeugt. Ich habe mich für ein $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen für 633 nm entschieden, das einen Gangunterschied von 158 nm erzeugt.

Nachdem die neuen Kompensationsplättchen in den Strahlengang gebracht worden sind, koppelt man wieder die gitterstabilisierte Laserdiode in das Experiment ein und geht wie am Anfang dieses Abschnitts beschrieben und in Abbildung 2.11 skizziert ist vor, um die optimale Stellung der Kompensationsplättchen zu finden.

Das Resultat für die verschiedenen Arme ist in den Tabellen 2.5 und 2.6 aufgeführt. Die Depolarisationseffekte werden nun gegenüber der Kompensation mit dem Quarzplättchen (siehe Tabellen 2.3 und 2.4) wesentlich besser unterdrückt. Aber im Ausgang b des zweiten Interferometers ist nach wie vor eine größere rel. Transmission im Minimum, gegenüber dem Maximum zu beobachten, als im Ausgang a.

Dies ist vermutlich auf einen Effekt, der im Strahlteiler des zweiten Interferometers auftritt zurückzuführen, der nicht ganz kompensiert werden kann. Dieser Effekt verursacht offensichtlich unterschiedliche Phasenschübe für zweimal transmittiertes bzw. zweimal reflektiertes Licht einerseits und für einmal reflektiertes, einmal transmittiertes Licht andererseits. Die ungleiche Kompensation der verschiedenen Arme führt zu einem systematischen Fehler, der den Kontrast des Gesamtaufbaus beschränkt.

Messung mit einem $\frac{1}{4}$ -Wellenplättchen: Analyse im Arm 3a

Polarisator	Analysator	Arm		CCD-Spannung [mV]	CCD-Frequenz [MHz]	Transmissionsverhältnis[%]
P	$-45^\circ \pm 0^\circ$	a	min	10	0,25	0,18%
			max	347	4	
	$+45^\circ \pm 0^\circ$	b	min	14	0,25	
			max	563	4	
M	$+45^\circ \pm 0^\circ$	a	min	12	0,25	0,28%
			max	268	4	
	$-45^\circ \pm 0^\circ$	b	min	12	0,25	
			max	712	4	

Tabelle 2.5: Güte der Polarisation der mit 633nm $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen kompensierten Interferometerarme des 2. Mach-Zehnder-Interferometers, Analyse in Arm 3a. Die Beschreibungen der einzelnen Spalten entnehme man der Tabelle 2.2

Messung mit einem $\frac{1}{4}$ -Wellenplättchen: Analyse im Arm 3b

Polarisator	Analysator	Arm		CCD-Spannung [mV]	CCD-Frequenz [MHz]	Transmissionsverhältnis[%]
P	$-45^\circ \pm 0^\circ$	a	min	70	0,25	4,65%
			max	94	4	
	$+45^\circ \pm 0^\circ$	b	min	16	0,25	
			max	38	4	
M	$+45^\circ \pm 0^\circ$	a	min	76	0,25	2,64%
			max	180	4	
	$-45^\circ \pm 0^\circ$	b	min	26	0,25	
			max	70	4	

Tabelle 2.6: Güte der Polarisation der mit 633nm $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen kompensierten Interferometerarme des 2. Mach-Zehnder-Interferometers, Analyse in Arm 3b. Die Beschreibungen der einzelnen Spalten entnehme man der Tabelle 2.2

2.4.3 Weitere Fehlerkorrekturen

Wie sich herausgestellt hat, ist das letzte Umlenkprisma für die Detektoren 3 und 4 nicht phasenerhaltend. Es tritt eine Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$ auf, die nach dem gleichen Muster wie in Abschnitt 2.4.2 kompensiert werden kann. Das zweite Umlenkprisma, das die Photonen in den Polarisationsanalysator mit den Detektoren 3 und 4 lenkt weist diese Phasenänderung nicht auf.

Der normale Strahlteiler des zweiten Interferometers teilt das Licht nicht 50% zu 50% auf. Die Messung ergab die Werte, die in Abbildung 2.17 dargestellt sind.

Diese unterschiedlichen Transmissions- und Reflexionskoeffizienten verursachen einen systematischen Fehler, der nur teilweise beseitigt werden kann. Die Korrektur ist am $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen vor dem ersten Mach-Zehnder-Interferometer vorzunehmen. Man geht näherungsweise von einem 60:40 Strahlteiler aus, d.h. es werden 60% reflektiert und 40% transmittiert. Geht man nun mit einem horizontal polarisiertem Licht auf einen solchen Strahlteiler und möchte ein 50:50 Teilungsverhältnis erreichen, so muss die Polarisation so geändert werden, dass für einen

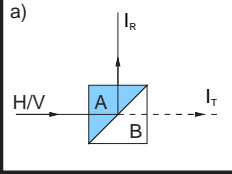
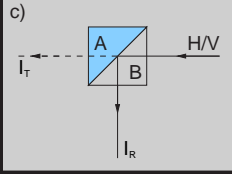
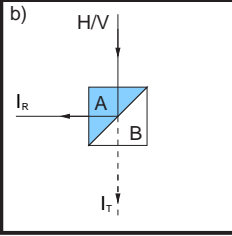
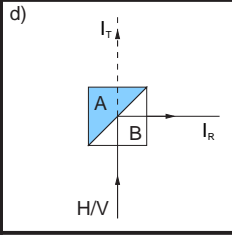
a) 	$T_H^2 = 46,9\%$	$T_V^2 = 43,9\%$	c) 	$T_H^2 = 46,9\%$	$T_V^2 = 43,9\%$
	$R_H^2 = 53,1\%$	$R_V^2 = 56,1\%$		$R_H^2 = 53,1\%$	$R_V^2 = 56,1\%$
b) 	$T_H^2 = 44,6\%$	$T_V^2 = 42,8\%$	d) 	$T_H^2 = 47,7\%$	$T_V^2 = 47,5\%$
	$R_H^2 = 55,4\%$	$R_V^2 = 57,2\%$		$R_H^2 = 52,3\%$	$R_V^2 = 52,5\%$

Abbildung 2.17: Transmissionen und Reflexionen mit unterschiedlicher Polarisation und Unterschiedlicher Orientierung des Strahlteilers, der grau hinterlegte Fall c) wird im Experiment nicht benutzt

50:50 Strahlteiler 40% reflektiert und 60% transmittiert würden. Schreibt man dies in einen Vektor, wobei die erste Komponente Transmission, die zweite Reflexion bedeutet, berechnet sich die Einstellung für das $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen folgendermaßen:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \cos(2\phi) & \sin(2\phi) \\ \sin(2\phi) & -\cos(2\phi) \end{pmatrix}}_{\text{allgemeines } \frac{\lambda}{2}\text{-Plättchen}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\phi) \\ \sin(2\phi) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Mit $\cos^2(2\phi) = 0,4$ und $\sin^2(2\phi) = 0,6$ ergibt sich für $\phi = 25,384^\circ$. Man muss also die optische Achse des $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen nicht $22,5^\circ$, sondern um 25° gegenüber der Horizontalen verstellen.

2.5 Justieren der Photonenquelle

Wie in Abschnitt 2.1 schon erwähnt besteht die Quelle aus einem BBO-Kristall, der von einem Ar^+ -Laser mit der Wellenlänge 351 nm gepumpt wird. In diesem Kristall findet parametrische Fluoreszenz des Typs II statt. Eine genaue Beschreibung dieses Prozesses findet man in [14]. Um nun die Quelle unabhängig vom Experiment zu machen, werden die beiden *gleichzeitig* erzeugten Photonen nach dem polarisierenden Strahlteiler in Singlemode-Glasfasern eingekoppelt.

Um nun maximale Ausbeute von Einzelphotonen zu erreichen, müssen die Koppeler so eingestellt werden, dass man genau den Überlapp der beiden Emissionskegel für den Fall $\Delta\theta = 0^\circ$ der Abbildung 2.5 einkoppelt. Dazu geht man wie folgt vor: Man koppelt die Glasfasern der Quelle direkt an die Fasern der Detektoren,

sucht die beiden Einzelsignale und das Koinzidenzsignal und maximiert dann durch Justierung der Faserkoppler die Zählraten.

Hat man die Quelle gut eingestellt, so erhält man, ohne Interferenzfilter vor den Einkopplern, Zählraten von 200000 Einzelphotonen und 40000 Koinzidenzen pro Sekunde bei einer Pumpleistung von 350 mW UV-Laserlicht. Ist die Quelle einmal gut justiert, so sind für einen Zeitraum von ca. drei bis vier Wochen¹¹ nur kleine Korrekturen an der Einkoppelung nötig.

2.6 Justage der Interferometer

Als nächstes müssen die Interferometer justiert werden, damit die beiden ausgangsstrahlen eines jeden Interferometers in jeden Punkt überlappen. Dazu koppelt man anstelle der Einzelphotonen den Stabilisierungslaser als Justierlaser ein. Die grobe Einstellung wird mit Hilfe von Lochblenden durchgeführt, um dann allerdings einen guten Kontrast in den Interferenzmustern zu bekommen, geht man folgendermaßen vor.

Man schließt das Piezoelement der Stabilisierungsregelung an einen Funktionsgenerator an und „fährt“ somit die Phase des Interferometers durch, d.h man verändert die optische Weglänge einer der beiden Interferometerarme und bekommt so ein veränderliches Interferenzmuster.

Für die ersten beiden Interferometer ergeben sich aufgrund der unterschiedlichen Länge der Interferometerarme und damit für die unterschiedliche Aufweitung des Lasers Ringe als Interferenzbild. Ist das Interferometer gut justiert, so sind diese Ringe konzentrisch und wandern von innen nach außen und dann wieder zurück. Hat man nun so die beiden ersten Interferometer eingestellt, kann man sich das Muster bei gleichzeitigem Durchfahren beider Interferometer zusammen anschauen. Bei guter Einstellung sind auch hier die *konzentrischen Ringe* zu sehen. Allerdings wechselt das Muster nicht mehr so gleichmäßig.

Sind die Interferometer eingestellt, so müssen die Signale der Stabilisierungen ebenfalls justiert werden, denn auch hier ist ein guter Kontrast notwendig, damit die Stabilisierungen zuverlässig funktionieren. Allerdings ist es hier nicht möglich die gerade eben eingestellten Interferometer zu verstellen, da man sie dann für die Photonen wieder verstellen würde. Anstatt dessen kann man an dem Einkoppelungsspiegel des Stabilisierungsstrahls mit zwei Freiheitsgraden versuchen zu justieren. Die Signale der einzelnen Stabilisierungen werden dann, nach optischer Einstellung mit dem Auge noch mit Hilfe des Oszilloskops nachjustiert.

Sind nun die ersten beiden Interferometer eingestellt, so fährt man mit dem dritten Interferometer fort. Dazu muss man jeweils einen Arm der beiden ersten

¹¹Abhängig von der Aumentemperaturschwankung

Interferometer abdecken, damit man von deren Interferenzmuster nicht gestört wird. Überlappen die Strahlen der verschiedenen Arme nicht exakt, so sieht man Streifen „durchlaufen“. Bei exakter Einstellung verschwinden die Streifen und es ist ein Punkt zu sehen, der abwechselnd verschwindet und wieder erscheint.

Beim vierten Interferometer geht man analog zum dritten Interferometer vor. Da jedoch hier in einem der beiden Arme ein $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen unter $22,5^\circ$ steht, kann hier bei perfekter Einstellung nur ein Kontrast von 94,28% erreicht werden, dies wird in der folgenden Rechnung gezeigt. Die Zustände $|Ha\rangle$ durch Ha usw. ausgedrückt, dabei sind Ha und Va die beiden Polarisationen in der HV-Basis im Arm a, Hb und Vb die im Arm b. P und M sind die Basisvektoren in der PM-Basis. Es gilt $H = \frac{1}{\sqrt{2}}(P + M)$ und $V = \frac{1}{\sqrt{2}}(P - M)$. Die Rechnung beginnt mit einem $+45^\circ$ -polarisiertem Photon, das in den Eingang a des vierten Interferometers läuft, das Ergebnis der Rechnung ist der Zustand nach dem vierten Interferometer.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{2}}(Ha + Va) &\xrightarrow{PBS} \frac{1}{\sqrt{2}}(Ha - Vb) \\
&\xrightarrow{\frac{\lambda}{2} @ 22,5^\circ} \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\varphi}Ha - \frac{1}{\sqrt{2}}(Hb + Vb)) \\
&\xrightarrow{PBS} \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\varphi}Ha - \frac{1}{\sqrt{2}}Hb + \frac{1}{\sqrt{2}}Va) = \quad (2.10) \\
&\frac{1}{2}e^{i\varphi}(Pa + Ma) + \frac{1}{2\sqrt{2}}(Pa - Ma) - \frac{1}{2\sqrt{2}}Hb = \\
&\frac{1}{2} \left[\left(e^{i\varphi} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) Pa + \left(e^{i\varphi} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) Ma - \frac{1}{\sqrt{2}}Hb \right]
\end{aligned}$$

Damit gilt

$$\begin{aligned}
|\widetilde{Pa}|^2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2} \cos \varphi \right), \\
|\widetilde{Ma}|^2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2} \cos \varphi \right), \\
|\widetilde{Hb}|^2 &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}}(\widetilde{Pb} - \widetilde{Mb}) \right|^2 = \frac{1}{8}. \quad (2.11)
\end{aligned}$$

$|\widetilde{Pa}|^2$, $|\widetilde{Ma}|^2$ und $|\widetilde{Hb}|^2$ sind hierbei die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Amplituden in der PM-Basis in Abhängigkeit von φ . Maximiert man nun z.B. $|\widetilde{Pa}|^2$ so bekommt man für $\varphi = 0$ das Maximum von $\frac{3+2\sqrt{2}}{8}$. $|\widetilde{Ma}|^2$ hat für diese Phase das Minimum $\frac{3-2\sqrt{2}}{8}$.

Berechnet man nun den Kontrast

$$v = \frac{|\widetilde{Pa}|^2 - |\widetilde{Ma}|^2}{|\widetilde{Pa}|^2 + |\widetilde{Ma}|^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (2.12)$$

so erhält man dafür die oben erwähnten 94,28% für das Maximum. Auch hier ist die Stabilisierung auf ein Optimum einzustellen.

Bei guter Einstellung erhält man für die Kontraste der ersten beiden Interferometer zusammen bis zu 97%, im dritten Interferometer bis zu 98% und im vierten Interferometer bis zu 91%.

Abschließend zu der Justage der Interferometer ist noch zu bemerken, dass es hilfreich ist, die Interferenzmuster in zwei verschiedenen Entfernungen anzuschauen, dabei ist der nähere Punkt auf dem optischen Tisch, ca. einen halben Meter nach dem einzustellenden Interferometer, der entferntere Punkt sollte möglichst weit entfernt sein. Ich habe bei dem entfernten Punkt das Muster an der Wand des Labors angeschaut, dies sind ca. vier Meter. Ist nun das Interferenzbild bei beiden Beobachtungspunkten gleich, so laufen die Strahlen parallel.

Bei unserem Aufbau hat sich herausgestellt, dass es ungünstig ist, den polarisierenden Strahlteiler beim dritten Interferometer auch für das vierte Interferometer zu benutzen. Damit wird dieser Strahlteiler insgesamt dreimal benutzt. Verstellt man diesen Strahlteiler um den Kontrast im vierten Interferometer zu erhöhen, verschlechtert man gleichzeitig den Kontrast des dritten Interferometers. Konkret bedeutet das, dass man einen Freiheitsgrad zu wenig besitzt, um das vierte Interferometer unabhängig vom Dritten einzustellen. Es ist also empfehlenswert, für jedes Interferometer einen eigenen Strahlteiler zu benutzen.

2.7 Einkoppelung in die Detektoren

Nachdem die Interferometer justiert sind ist es notwendig, die Einkoppelung in die Glasfasern der Detektoren zu optimieren. Dazu wird zuerst das Licht einer gitterstabilisierten Laserdiode der Wellenlänge 702 nm anstelle der Einzelphotonen in das Experiment eingekoppelt. Mit Hilfe dieses Lichtstrahls werden Lochblenden in das Experiment gestellt, die den Strahlenverlauf für die weitere Vorgehensweise definieren. Dann koppelt man das Licht der Laserdiode in die Koppler der Detektoren ein. Somit durchläuft der Laserstrahl nun das Experiment von hinten nach vorne. Durch Justierung der Faserkoppler versucht man jetzt, durch alle Lochblenden zu treffen, die im Experiment stehen und den Laserstrahl so gut es geht in den Faserkoppler, der am Anfang des Experiments steht einzukoppeln.

Zur Überprüfung ob die Koppler an den Ausgängen a1 -a4 (siehe Abbildung 2.1) jetzt gut eingestellt sind, koppelt man das Laserlicht nochmals von vorne, anstelle der Einzelphotonen in das Experiment ein und überprüft an den Faserkopplern

der Detektoren, ob sie gut eingestellt sind. Ist keine weitere Korrektur mehr nötig, ist das Optimum erreicht, ansonsten muss die Prozedur wiederholt werden.

Nachdem man nun die Einkoppelung optimiert hat ist das Experiment für die Messung eingestellt. Man bekommt an den Detektoren nach dem Experiment etwa eine Zählrate von 600 - 800 Koinzidenzphotonen pro Sekunde bei einer Pumpleistung von 300 mW UV-Licht.

Kapitel 3

Durchführung des Experiments

In diesem Kapitel werden zunächst einige weitere Einstellungen beschrieben, die vor *jeder* Messung durchgeführt werden müssen. Dann gehe ich auf die Messung selbst ein und begründe kurz unter welchen Bedingungen die gewonnenen Messergebnisse verwertbar sind. Abschließend diskutiere ich die gefundenen Ergebnisse.

3.1 Aufsuchen der Abgleichpunkte

Dieses Experiment besteht aus vier Mach-Zehnder-Interferometern, die wie in Abschnitt 2.6 beschrieben mit einem Helium-Neon-Laser eingestellt wurden. Die Kohärenzlänge eines solchen Lasers beträgt mehrere hundert Meter, es ist somit gewährleistet, dass Interferenz auch bei 90 cm Weglängendifferenz möglich ist. Aber für das Experiment werden einzelne Photonen benützt. Daher ist es notwendig, sich zu überlegen, wann für diese Photonen Interferenz möglich ist. Dazu berechne ich nun die Kohärenzlänge der Einzelphotonen.

Vor den Faserkopplern der Detektoren werden Interferenzfilter verwendet, um zu verhindern, dass Streulicht, das hauptsächlich vom Stabilisierungslaser kommt, detektiert wird. Daher ist das Frequenzspektrum der Photonen durch diese Filter, deren Daten in der Tabelle 3.1 aufgeführt sind, definiert. Mit diesen Daten ergibt sich für eine gaußförmige Verteilung der Filtertransmission

$$T(\lambda) = T_0 e^{-\frac{(\lambda-\lambda_0)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{die volle Halbwertsbreite} \quad \Delta\lambda = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}. \quad (3.1)$$

Nimmt man nun als obere Grenze $\sigma = 2,4$ nm an, so ist die Halbwertsbreite oder auch Linienbreite $\Delta\lambda = 5,65$ nm. Dabei ist $T(\lambda)$ die von der Wellenlänge abhängige Transmission und λ_0 die Zentralwellenlänge des Filters. Ist nun die Linienbreite bekannt, ergibt sich die Kohärenzlänge l_c zu

$$l_c \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = \frac{702^2}{5,65} \text{ nm} \approx 87,22 \mu\text{m}. \quad (3.2)$$

Filternummer	Transmission [%]	λ_0 [nm]	σ [nm]
7	75.733	702.681	2.351
8	76.087	702.293	2.349
9	74.518	702.250	2.379
10	75.411	702.941	2.366

Tabelle 3.1: Daten der Interferenzfilter

Es ist also erforderlich, die Interferometer so „abzugleichen“, dass der Weglängenunterschied der beiden Interferometerarme nicht größer ist, als die Kohärenzlänge der einzelnen Photonen, d.h. die einzelnen Interferometerarme müssen auf weniger als $87 \mu\text{m}$ positioniert werden, damit überhaupt Interferenz beobachtet werden kann.

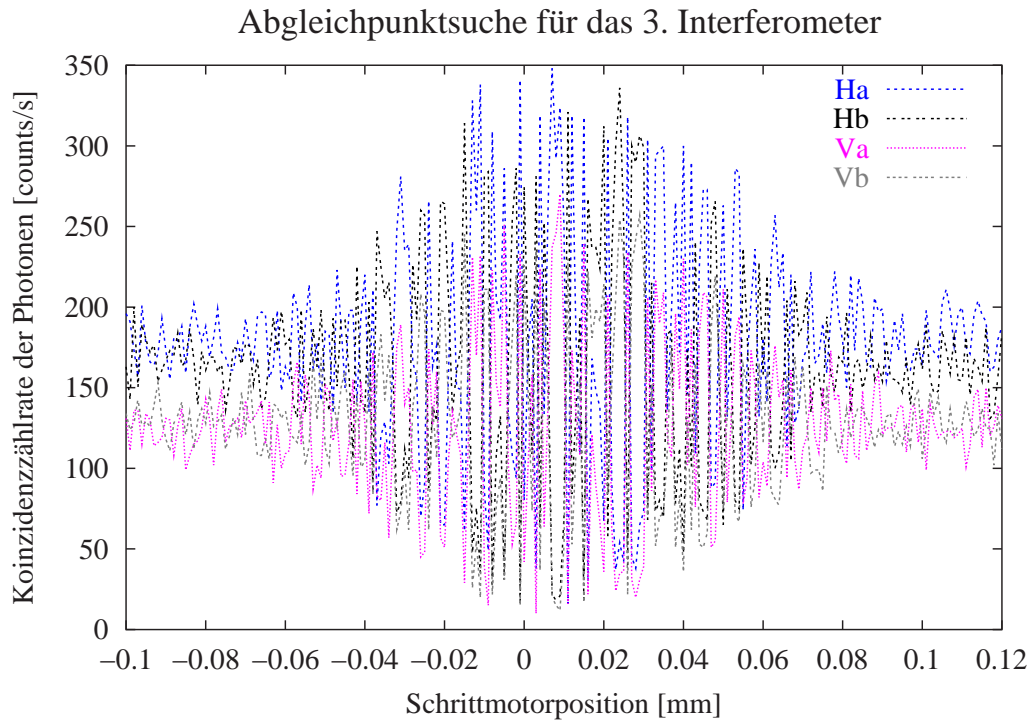


Abbildung 3.1: Koinzidenzzählraten in Abhängigkeit von der Schrittmotorposition. Die Arme 2a und 4a sind abgedeckt.

Um diese Positionierung vornehmen zu können, kann jeweils ein Retroprisma eines Interferometers mit Hilfe eines Schrittmotors parallel zum Strahlengang verschoben werden. Zunächst fährt man einen größeren Bereich von einigen Millimetern in $10 \mu\text{m}$ -Schritten ab, um einen Anhaltspunkt zu bekommen, bei welcher Einstellung Interferenz beobachtbar ist. Nachdem dieser gefunden ist, fährt man

das Prisma ein zweites Mal mit feineren, $1\ \mu\text{m}$ -Schritten in dem jetzt eingegrenzten Bereich durch und liest anhand der Messungen, die in Abbildung 3.1 und 3.2 zu sehen sind, die Position des größtmöglichen Kontrastes des Interferenzmusters ab. Auf diese Position wird das Prisma gefahren. Die Kohärenzlänge, die man ebenfalls in den beiden Abbildungen 3.1 und 3.2 ablesen kann, beträgt ungefähr $100\ \mu\text{m}$ und stimmt somit gut mit der Abschätzung in Gleichung (3.2) überein.

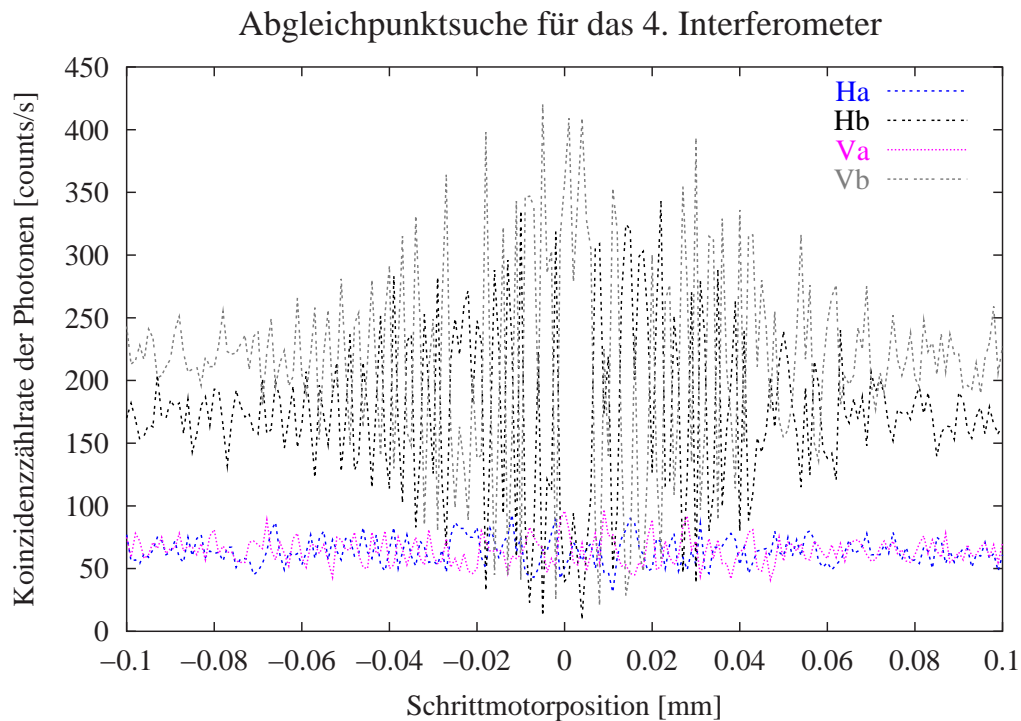


Abbildung 3.2: Koinzidenzzählraten in Abhängigkeit von der Schrittmotorposition. Die Arme 2a und 3a sind abgedeckt.

3.2 Setzen der Phasen in den Interferometern

Wie in Kapitel 2 erwähnt, müssen die geeigneten Phasen in den Interferometern gesetzt werden, um das „mean king’s problem“ zu lösen. Dabei gibt man den Phasenunterschied von Arm a zu Arm b an. Wenn man nun in einem Interferometer z.B. die Phase $\frac{\pi}{2}$ setzt, so ist der Arm a um $n\lambda + \frac{1}{4}\lambda$; $n \in \mathbb{N}$ ($\lambda =$ Wellenlänge) länger als der Arm b. Es wird nun beschrieben, wie diese Phasen berechnet und eingestellt werden können.

Die ausführliche Rechnung ist im Anhang A.4 aufgeführt. Die Grundidee für dieser Berechnung beruht auf dem Prinzip der „Umkehrbarkeit des optischen Strahlengangs“ bei linearen optischen Transformationen. Man nimmt an, dass in einem

der vier Ausgänge ein Photon in der Analysator geschickt wird. Dann ist dieses Photon vor dem VAA-Zustandsanalysator in einem der VAA-Basiszustände.

Zunächst wird also am Ende des VAA-Analysators in einem der Ausgänge a1–a4 (siehe Abbildung 2.1) ein Zustand angenommen, der das Photon beschreibt. Dann wendet man auf diesen die Inversen Operatoren aller Komponenten der Reihe nach an, bis die Zustände vor dem VAA-Analysator erreicht sind. Anschließend passt man die Phasen der Interferometer, die freie Parameter sind so an, dass diese Zustände die VAA-Basis-Zustände ergeben. Das Ergebnis dieser Berechnung ergibt für das zweite Interferometer die Phase $\Phi_1 = 0$, im dritten Interferometer die Phase $\Phi_2 = \frac{\pi}{2}$ und im vierten Interferometer entweder die Phase $\Phi_3 = -\frac{\pi}{4}$, oder die Phase $\Phi_3 = \frac{3\pi}{4}$. Es gibt offensichtlich zwei mögliche Lösungen für das Problem, die zueinander 180° phasenverschoben sind.

Sind die Phasen der Interferometer auf die eben angegebenen Werte gesetzt, so sind die Interferometer so eingestellt, dass für jede projektive Polarisationsmessung von Bob ein im Experiment befindliches Photon, aufgrund von destruktiver oder konstruktiver Interferenz, nur in zwei der vier Möglichen Ausgänge gelangen kann. Für jede verschiedene Messung von Bob sind es zwei andere Ausgänge

Für Einstellungen der Phasen werden Glasplättchen senkrecht zum Stabilisierungsstrahl in diesen, nicht aber in den Strahlengang der Einzelphotonen gestellt. Verkippt man nun das Glasplättchen um die vertikale Achse, so wird die optische Weglänge für den Stabilisierungsstrahl wegen des höheren Brechungsindex' im Glas verlängert, dadurch wird ein Phasenschub erzeugt. Die Stabilisierungselektronik versucht, die Phase des Interferometers konstant zu halten. Wird diese verändert, kommt es zu einer Weglängenänderung durch verfahren eines Prismas. Die Einzelphotonen, die das Glasplättchen nicht passieren, erfahren also in der Summe einen Phasenschub.

Die Phaseneinstellung wird folgendermaßen vorgenommen. Das Glasplättchen in einem Interferometer wird schrittweise, ausgehend von seiner Ausgangsstellung, mit einem Schrittmotor solange verdreht, bis der Weglängenunterschied der Arme des Interferometers um etwa zwei Wellenlängen verändert wurde. Bei jedem Schritt werden die Photonen pro Sekunde gezählt. Trägt man die Koinzidenzzählrate der Photonen gegen die Weglängenänderung auf, so ist ein sinusförmiges Interferenzmuster zu erkennen. Legt man durch die so gefundenen Messwerte Sinuskurven der Form

$$f(x) = \frac{a}{2} \left[1 + v \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - x_0)\right) \right] \quad (3.3)$$

so erhält man Werte für Maximum, Minimum, Wendepunkte und den Kontrast. Dabei ist in der Gleichung (3.3) v der Kontrast, x_0 der Wendepunkt im steigenden Teil der Kurve, x der erzeugte Gangunterschied, λ die Wellenlänge und a der Parameter der die Höhe der Amplitude festlegt.

Hat man durch das Anpassen der Kurve die Parameter der Position erhalten,

die den gewünschten Gangunterschied erzeugt, dreht man das Plättchen soweit, dass die gewünschte Weglängenänderung, und somit die Phase eingestellt ist. Die Stabilisierung sorgt dafür, dass der so eingestellte Phasenunterschied für die gesamte Messzeit beibehalten wird.

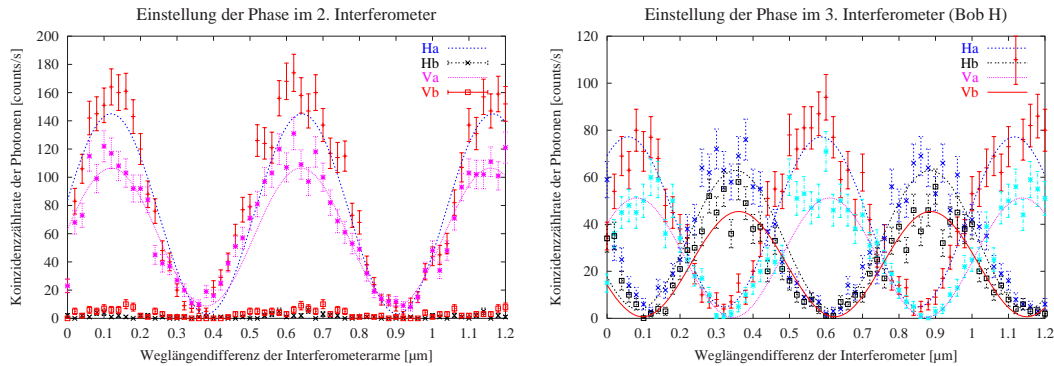


Abbildung 3.3: Kontinuierliches verändern der Weglänge durch verdrehen des Glasplättchens im zweiten bzw. dritten Interferometer

Die Phase $\Phi_1 = 0^\circ$ für die ersten beiden Interferometer ist dann eingestellt wenn das Glasplättchen, bei der Einstellung „+45°“ für Bob, auf die Position des Maximums eingestellt ist. Für diese Einstellung interferieren die Photonen für den Ausgang a konstruktiv, für den Ausgang b destruktiv. In den beiden anderen Interferometern sind die Arme 3b und 4b abgedeckt.

Für die Phase im dritten Interferometer wird im Arm a des zweiten Interferometers der Strahl der Einzelphotonen, nicht aber der Stabilisierungsstrahl unterbrochen. Im vierten Interferometer ist der Arm 4a abzudecken. Stellt man Bob auf horizontal, ist für die Phase $\Phi_2 = \frac{\pi}{2}$ der steigende Wendepunkt der Kanäle Ha und Va zu wählen. Rechnungen zeigen, dass man auch das Maximum in den gleichen Kanälen wählen kann, wenn Bob auf rechts zirkular steht. Das bedeutet, dass in diesem Interferometer die Phase so gesetzt ist, dass für Bobs R-Einstellung konstruktive und destruktive Interferenz stattfindet und somit ein Photon nur in zwei von vier Ausgängen gelangen kann und für die H-Einstellung mit der gleichen Wahrscheinlichkeit in alle Ausgänge. Um eine möglichst genaue Einstellung zu finden, werden hier beide Messungen gemacht und der Mittelwert aller gefundenen Positionen für den gewünschten Gangunterschieds eingestellt.

Sind diese beiden Phasen gesetzt, so öffnet man alle abgedeckten Interferometerarme und verändert die Phase des vierten Interferometers. Damit kann man erstens alle Interferometer zusammen daraufhin testen, ob sie gut justiert sind, d.h. der Gesamtkontrast muss hoch sein (bis zu 88%). Zweitens kann überprüft werden, ob die Phasen in den ersten beiden Interferometern richtig gesetzt sind, indem man überprüft, ob für die H-, V-, R- und L-Einstellungen von Bob die Maxima bzw. Minima der Koinzidenzzählraten immer bei der gleichen Phase zu

finden sind. Drittens wird schließlich die letzte Phase $\Phi_3 = -\frac{\pi}{4}$ oder $\Phi_3 = \frac{3\pi}{4}$ eingestellt.

Dies macht man für die Einstellungen horizontal, vertikal, rechts zirkular und links zirkular von Bob, für die Einstellungen $\pm 45^\circ$ erhält man in zwei Kanälen näherungsweise konstante Koinzidenzzählraten, die Zählraten der anderen beiden Kanäle sind sehr gering.

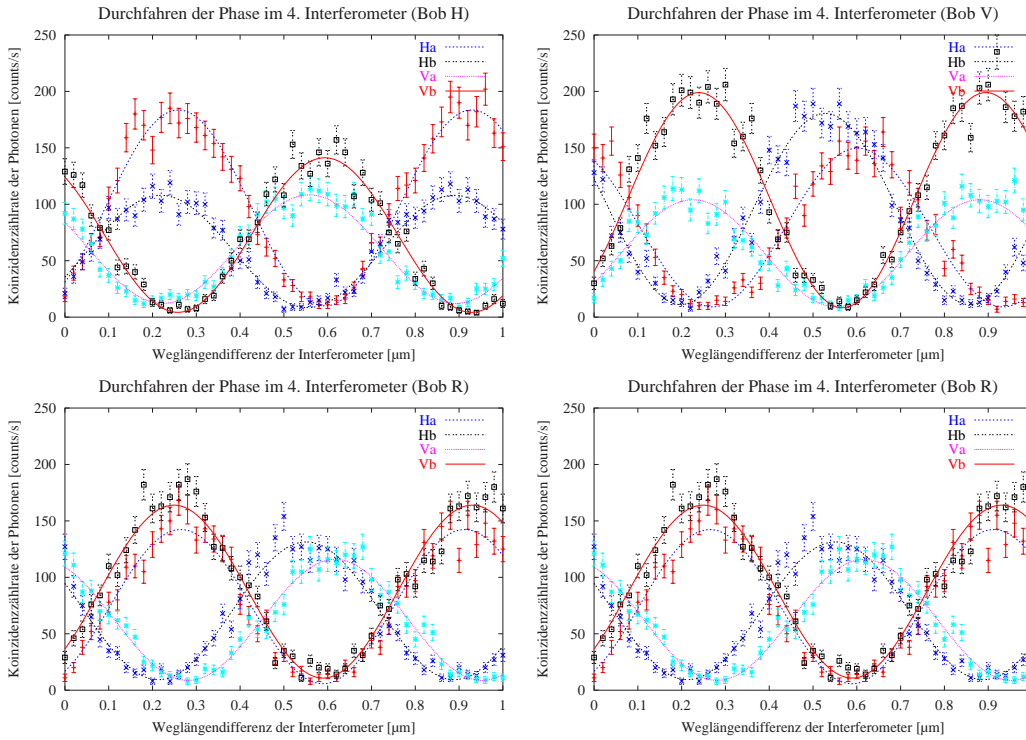


Abbildung 3.4: Kontinuierliches verändern der Weglänge durch verdrehen des Glasplättchens im dritten Interferometer, Bob steht auf horizontal durchdrehen des Glasplättchens im vierten Interferometer, Bob steht auf horizontal bzw. vertikal

Bei den vier Einstellungen H,V,R und L von Bob ergeben sich für die verschiedenen VAA-Ausgänge HA, Hb, Va und Vb bei den „gleichen“ Weglängenunterschieden des vierten Interferometers Maxima und Minima (siehe Abbildung 3.4). Diese Maxima und Minima stimmen zwar in der Rechnung genau überein, aber da es, wie in Abschnitt 2.4.3 dargelegt, nicht gelingt, alle störenden Effekte der optischen Komponenten komplett zu kompensieren, ist das nur bedingt der Fall. Um trotzdem eine möglichst gute Einstellung der Phase zu finden, mittelt man über alle Maxima- und Minimapositionen bei dem gleichen Gangunterschied. So findet man die zwei Phaseinstellungen, für die man das „mean king’s problem“ lösen kann.

Finden der beiden Phasen des 4. Interferometers

Bob	VAA-Ausgänge	Max [nm]	Min [nm]	λ [nm]	Kontrast [%]	Max _{kor} [nm]	Min _{kor} [nm]	Mittelwert _{q₁} [nm]	Mittelwert _{q₂} [nm]
H	Ha	259	594	670	89,72% \pm 1,47%	259	594	239,75	574,75
	Hb	220	554	668	84,88% \pm 2,13%	220	554		
	Va	558	893	670	79,94% \pm 1,94%	558	223		
	Vb	593	929	672	94,16% \pm 1,20%	593	257		
V	Ha	603	933	660	88,16% \pm 1,73%	603	273	233,50	562,75
	Hb	528	858	660	88,38% \pm 2,94%	528	198		
	Va	224	553	658	84,01% \pm 1,44%	224	553		
	Vb	239	567	656	92,18% \pm 1,63%	239	567		
R	Ha	264	589	650	92,75% \pm 1,20%	264	589	252,00	586,75
	Hb	551	888	674	86,78% \pm 1,67%	551	214		
	Va	617	953	672	86,04% \pm 1,50%	617	281		
	Vb	249	590	682	87,74% \pm 2,24%	249	590		
L	Ha	570	901	662	83,13% \pm 1,16%	570	239	244,00	572,00
	Hb	211	542	662	74,94% \pm 3,23%	211	542		
	Va	258	580	644	80,04% \pm 1,63%	258	580		
	Vb	596	924	656	79,73% \pm 1,74%	596	268		
Mittelwerte:				663,5	85,79% 1,80%			242,31	574,06

Tabelle 3.2: Messwerte für die Einstellung des vierten Interferometers. Die Positionen der Extremwerte werden mit einem Fitprogramm gefunden. der Fehler der Extremwerte ist bei ± 20 nm

In der Tabelle 3.2 sind die Ergebnisse einer solchen Messung dargestellt. Die erste Spalte gibt Auskunft darüber, welche der Polarisationsmessungen Bob vornimmt. Die zweite Spalte bezeichnet die vier Ausgänge des VAA-Zustands-Analysators. Die Werte der dritten bis einschließlich sechsten Spalte werden durch ein Fitprogramm ermittelt, die die Funktion aus Gleichung 3.3 bestmöglich durch die erhaltenen Messpunkte der Koinzidenzzählrate legt.

In der dritten Spalte sind die Werte der Positionen der Maxima, in der vierten Spalte die Werte der Positionen der Minima, in der fünften Spalte die Wellenlänge und in der sechsten Spalte der Kontrast eingetragen. Der Fehler des Kontrastes ist der statistische Standardfehler, der sich aus den Koinzidenzzählraten ergibt.

Da das Fitprogramm die Positionen der Maxima und Minima immer ausgehend vom Wendepunkt in der steigenden Flanke bestimmt, ist es nötig, manche Werte, die für die fortschreitende Größe des Weglängenunterschieds zuerst ein Minimum aufweisen um eine Wellenlänge zu verkleinern, um sie mit den Maxima vergleichen zu können. Die so bereinigten Werte sind in den Spalten sieben für die Maxima und in der Spalte acht für die Minima aufgelistet. In der neunten Spalte sind die Mittelwerte der gesuchten Position für die jeweiligen Messung von Bob für die erste Phase ($\frac{3\pi}{4}$) und in der zehnten Spalte die Mittelwerte für die gesuchte Position der zweiten Phase ($-\frac{\pi}{4}$) eingetragen. Mittelt man jeweils über eine dieser beiden Spalten, so erhält man die Werte, die man für die beiden gesuchten Phasen bei der Messung einstellen muss.

Dass die Wellenlängen nicht der verwendeten Wellenlänge von 702 nm entsprechen liegt daran, dass es sehr schwierig ist, die Glasplättchen exakt unter 0° in den Strahl zu stellen. Die Nullstellung des Plättchens geht aber in die Rech-

nung der Schrittmotorstellung ein, der immer gleich große Schritte macht. Diese werden dann in Positionen für den Gangunterschied umgerechnet. Je weiter das Plättchen schon gedreht wurde, desto größer ist dann die Änderung des Gangunterschieds pro Schritt. Diese Abweichung ist aber für das Auffinden der Phase nicht störend.

In der Tabelle 3.2 sieht man sehr schön, dass für die verschiedenen projektiven Polarisationsmessungen von Bob immer zwei andere Kanäle der VAA-Basisvektoren für eine Phaseneinstellung maximal und die beiden anderen minimal sind.

3.3 Alices Analysemessung

Sind nun alle Einstellungen von den Abschnitten 3.1 und 3.2 durchgeführt, kann man mit der eigentlichen Messung beginnen. Man stellt nacheinander die verschiedenen projektiven Polarisationsmessungen von Bob ein, und aktiviert jeweils ein Zählprogramm, das jeweils für beide möglichen Phaseneinstellungen des vierten Interferometers alle Koinzidenzereignisse der vier Detektoren an den Ausgängen des VAA-Analysators erfasst. Da die P- und M-Messungen am unkritischsten sind, werden diese beiden Messungen zuletzt gemacht. Mit diesem Verfahren erhält man pro Stabilisierung¹ zwei Datensätze. Die Ergebnisse dreier Messungen sind in den Tabellen 3.3 – 3.5 zusammengefasst.

Wie man z.B. in der Tabelle 3.3 sehen kann, so haben für die verschiedenen Einstellungen von Bob immer zwei Kanäle eine hohe Zählrate. Für die zweite mögliche Phaseneinstellung ($\frac{3\pi}{4}$) im vierten Interferometer kann man sehen, dass für die Einstellungen H,V,R und L die Zählraten in den einzelnen Kanälen komplementär zu der anderen Phaseneinstellung ($-\frac{\pi}{4}$) sind. Da für die $+45^\circ$ Einstellung von Bob die Photonen nur im Arm a, für -45° nur im Arm b zu finden sind, vertauschen die Detektoren für diesen Fall ihre Rollen nicht. Diese Tatsache kann man sich anhand der Abbildung 2.1 leicht überlegen.

Nach dem Bob seine projektive Polarisationsmessung z.B. für $+45^\circ$ vorgenommen hat, ist das Photon nach Bobs Messung $+45^\circ$ polarisiert. Nach Alices Zustandsübersetzung (sie endet nach dem $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen im dritten Interferometer ist die Polarisation des Photons H. Da nun die Phase Φ_1 im ersten Interferometer so eingestellt ist, dass für den Arm b in diesem Fall destruktive Interferenz auftritt, ist das H-polarisierte Photon jetzt im Arm a. In den folgenden Interferometern sind polarisierende Strahlteiler, so dass das Photon jetzt immer im Arm a bleibt, bis es bei der Polarisationsanalyse mit einem $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen auf $+45^\circ$ gedreht wird und in einem der Ausgänge $a1 = Ha$ bzw. $a2 = Va$ detektiert. Die analoge Überlegung gilt auch für Bobs -45° Messung für die Kanäle Hb und Vb . Für die

¹Die Stabilisierungen bleiben für eine Zeitdauer von ca. einer Stunde aktiv, dann läuft der Integrator über

restlichen Messungen von Bob sind noch die Phasen der anderen Interferometer zu berücksichtigen, dies macht die Überlegung etwas langwieriger, aber nicht schwieriger.

3.4 Überprüfung der Phasensetzung nach der Messung

Nachdem die Messung abgeschlossen ist, sollte man sich vergewissern, dass die Stabilisierungen wirklich nur die Effekte nachgeregelt haben, die durch Veränderungen der Armlängen resultieren. Anderenfalls hätten die Stabilisierungen Phasendrifts erzeugt, die die Einstellungen der Weglängenunterschiede in den Interferometern verstellt hätten. Für die Überprüfung bestimmt man ein weiteres mal die Phasensetzung für die Phasen Φ_1 und Φ_2 und vergleicht die Werte mit den vor der Messung gefundenen. Wie in der folgenden Tabelle zu sehen ist, variiert die Phase in den einzelnen Interferometern um Werte, die kleiner sind als der Fehler der Messung, der bei ± 20 nm liegt. Somit können die aufgenommenen Messwerte als korrekte Messung ausgewertet werden.

Interferometer	Zeit	Max [nm]	Differenz [nm]
IF 2	vorher	641	10,5
IF 2	nachher	630,5	
IF 3	vorher	475	11
IF 3	nachher	486	

3.5 Auswertung der Daten

In den Tabelle 3.3 und 3.4 sind nun für die verschiedenen Phaseinstellungen des vierten Interferometers die Zählraten zu den einzelnen Einstellungen von Bob dargestellt. Dabei ist h_a der Ausgang a_1 , h_b der Ausgang a_2 , v_a der Ausgang a_4 und v_b der Ausgang a_3 des in Abbildung 2.1 skizzierten Experiments. Die Spalte Σ_{\max} ist die Summe der beiden Ausgänge, die hohe Zählraten haben, Σ_{\min} gibt die Summe der Spalten mit niedrigen Zählraten an. In den Spalten σ_{\max} bzw. σ_{\min} ist der statistische Fehler \sqrt{N} angegeben. Die Spalten Max[%] und Min[%] geben die Wahrscheinlichkeiten an, mit denen man das „richtige“ bzw. „falsche“ Ergebnis erhält.

Wie man in den verschiedenen Ergebnistabellen sieht, erreicht man nicht für alle einzelnen Fälle die erforderlichen 90,3%, die in Abschnitt 1.3.1 als Maximum des Erfolgs ohne Verschränkung hergeleitet wurden. Allerdings ist dieser maximale Erfolg von 90,3% nicht für jeden einzelnen Kanal berechnet worden, vielmehr gibt

Messung für die Phaseneinstellung $-\pi/4$

Bob	ha	hb	va	vb	Σ_{\max}	σ_{\max}	Σ_{\min}	σ_{\min}	Max [%]	Min [%]	
H	483	4973	13823	345	18796 ± 137,10		828 ± 28,77		95,78 ± 0,70	4,22 ± 0,15	
V	7147	487	755	9694	16841 ± 129,77		1242 ± 35,24		93,13 ± 0,72	6,87 ± 0,19	
R	588	680	8103	11643	19746 ± 140,52		1268 ± 35,61		93,97 ± 0,67	6,03 ± 0,17	
L	3995	9406	1246	933	13401 ± 115,76		2179 ± 46,68		86,01 ± 0,74	13,99 ± 0,30	
P	4352	362	12982	1246	17334 ± 131,66		1608 ± 40,10		91,51 ± 0,70	8,49 ± 0,21	
M	363	7423	503	8157	15580 ± 124,82		866 ± 29,43		94,73 ± 0,76	5,27 ± 0,18	
Mittelwert:									92,52 ± 0,71	7,48	0,20
									σ über 90,3 = 3,11		

Tabelle 3.3: Koinzidenzzählrate der Detektoren für die verschiedenen Einstellungen von Bob

er die Gesamtwahrscheinlichkeit an, mit der man mit einer Einteilchenstrategie erfolgreich ist. Also kann man auch hier die Gesamtwahrscheinlichkeit als Maß angeben, ob der Fall mit Verschränkung tatsächlich eine höhere Gewinnquote ergibt, als die erforderlichen 90,3%. Mittelt man über die Einzelwahrscheinlichkeiten, so übertrifft man diesen Grenzwert in der in Tabelle 3.3 dargestellten Messung mit

$$P_{\text{gemessen}} - P_{\text{einTeilchen}} = 3,11\sigma \quad (3.4)$$

um 3,11 Standardabweichungen. Dabei ist P_{gemessen} die Vorhersagewahrscheinlichkeit im Experiment und $P_{\text{einTeilchen}}$ die optimale Vorhersagewahrscheinlichkeit bei der Verwendung nur eines Teilchens.

In der Abbildung 3.5 ist das Ergebnis der Messung aus Tabelle 3.3 grafisch dargestellt. Die Abbildung 3.6 zeigt die Wahrscheinlichkeiten das Ergebnis, das Bob in seinen Messungen bekommen hat, richtig zu erraten.

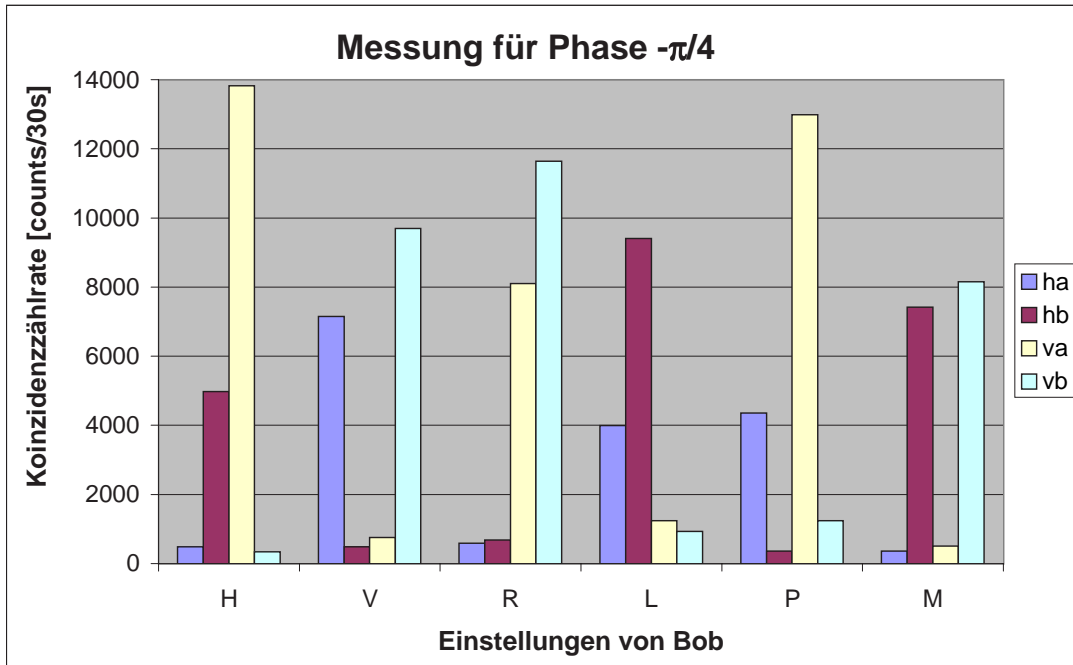


Abbildung 3.5: Koinzidenzzählrate aufgetragen gegen die verschiedenen Kanäle ha, hb, va und vb.

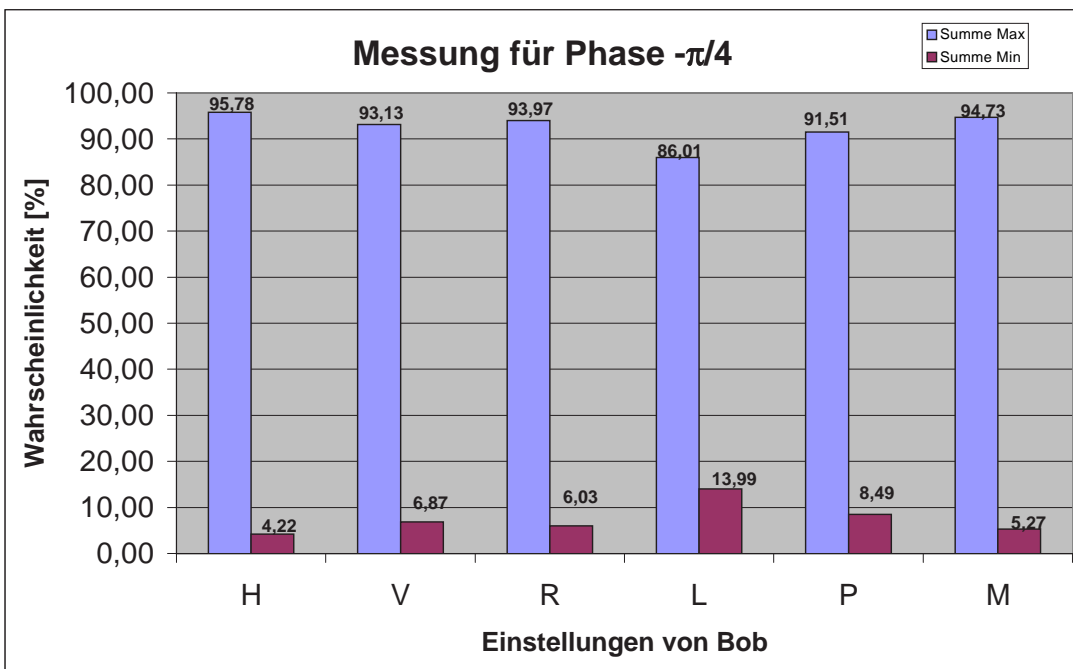


Abbildung 3.6: Wahrscheinlichkeiten, für die verschiedenen Einstellungen von Bob, richtig zu raten.

Messung für die Phaseneinstellung $3\pi/4$

Bob	ha	hb	va	vb	Σ_{\max}	σ_{\max}	Σ_{\min}	σ_{\min}	Max [%]	Min [%]
H	2985	191	226	2471	5456 ± 73,86		417 ± 20,42		92,90 ± 1,26	7,10 ± 0,35
V	264	1447	2212	199	3659 ± 60,49		463 ± 21,52		88,77 ± 1,47	11,23 ± 0,52
R	2399	1719	212	229	4118 ± 64,17		441 ± 21,00		90,33 ± 1,41	9,67 ± 0,46
L	201	409	2430	2706	5136 ± 71,67		610 ± 24,70		89,38 ± 1,25	10,62 ± 0,43
P	2758	55	2170	97	4928 ± 70,20		152 ± 12,33		97,01 ± 1,38	2,99 ± 0,24
M	57	1371	68	3601	4972 ± 70,51		125 ± 11,18		97,55 ± 1,38	2,45 ± 0,22
Mittelwert:									92,66 ± 1,36	7,34 ± 0,37
									σ über 90,3 = 1,74	

Tabelle 3.4: Koinzidenzzählrate der Detektoren für die verschiedenen Einstellungen von Bob

Die nächste Messung in Tabelle 3.4 zeigt, dass für die zweite Phaseneinstellung des vierten Interferometers ebenfalls die 90,3% übertroffen werden. Diesmal liegt der Wert 1,74 Standardabweichungen über dem Grenzwert. Hier ist der statistische Fehler größer, da es notwendig war, die Messzeit und somit die Zählrate zu verringern, da der Integrator der Stabilisierungen kurz vor dem Überlauf stand. In Abbildung 3.7 sieht man, dass die Zählrate für die verschiedenen Detektoren sich weit weniger unterscheiden als in der Abbildung 3.5. Dies wurde durch bessere Einkoppelung in die Detektoren erreicht. Die dennoch unterschiedlichen Zählraten sind teilweise auf systematische Fehler der optischen Komponenten und die nicht 100% exakte Phaseneinstellung, teilweise auf die unterschiedliche Quanteneffizienz der Detektoren zurückzuführen.

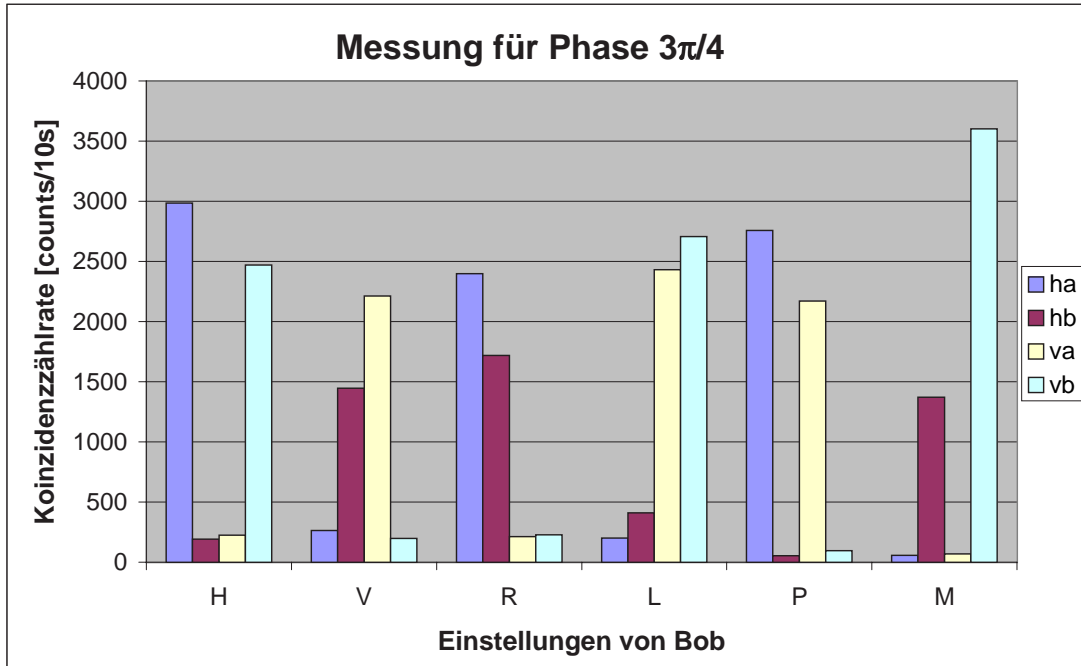


Abbildung 3.7: Koinzidenzzählrate aufgetragen gegen die verschiedenen Kanäle ha, hb, va und vb.

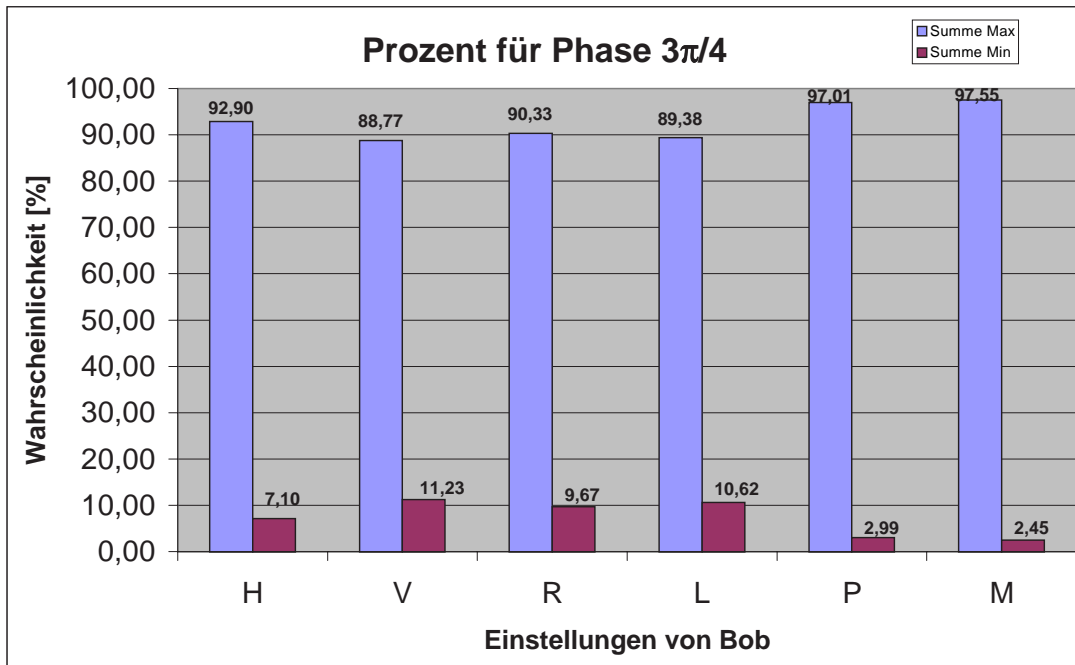


Abbildung 3.8: Wahrscheinlichkeiten, für die verschiedenen Einstellungen von Bob, richtig zu raten.

Messung für die Phaseneinstellung $-\pi/4$

Bob	ha	hb	va	vb	Σ_{\max}	σ_{\max}	Σ_{\min}	σ_{\min}	Max [%]	Min [%]	
H	210	197	1491	2137	3628 ± 60,23		407 ± 20,17		89,91 ± 1,49	10,09 ± 0,50	
V	2301	2563	199	146	4864 ± 69,74		345 ± 18,57		93,38 ± 1,34	6,62 ± 0,36	
R	137	1836	1733	302	3569 ± 59,74		439 ± 20,95		89,05 ± 1,49	10,95 ± 0,52	
L	3439	175	286	1477	4916 ± 70,11		461 ± 21,47		91,43 ± 1,30	8,57 ± 0,40	
P	2044	82	2278	248	4322 ± 65,74		330 ± 18,17		92,91 ± 1,41	7,09 ± 0,39	
M	175	1216	105	3365	4581 ± 67,68		280 ± 16,73		94,24 ± 1,39	5,76 ± 0,34	
Mittelwert:									91,82 ± 1,41	8,18	0,42
									σ über 90,3 = 1,08		

Tabelle 3.5: Koinzidenzzählrate der Detektoren für die verschiedenen Einstellungen von Bob mit korrigierten Kompensationsplättchen beim letzten Umlenkprisma

Im Vergleich der Messungen mit den Rechnungen in Anhang A.2 habe ich festgestellt, dass bei den Messergebnissen von Tabelle 3.5 und 3.7 die HV-Basis mit RL-Basis vertauscht sind. Es hat sich herausgestellt, dass das Quarzplättchen, das den Phasensprung des letzten Umlenkprismas vor den Detektoren hb und vb kompensieren soll, einen Phasenschub von $\frac{\pi}{2}$ in die falsche Richtung gemacht hat (zu dieser Korrektur siehe Abschnitt 2.4.3). Dieser Fehler wurde in der letzten gezeigten Messung in Tabelle 3.5 behoben. Diese stimmt nun komplett mit der Rechnung überein. Mit dieser Messung ist man 1,08 Standardabweichungen über dem Wert von 90,3%

Abschließend ist noch zu bemerken, dass das Experiment noch nicht abgeschlossen ist. Es wird noch daran gearbeitet, in allen Kanälen eine Erfolgswahrscheinlichkeit größer 90,3% zu erreichen. Seit Mitte Oktober steht dazu eine neue Laserröhre zur Verfügung. Damit sind wieder deutlich höhere Zählraten und somit kleinere statistische Fehler zu erwarten.

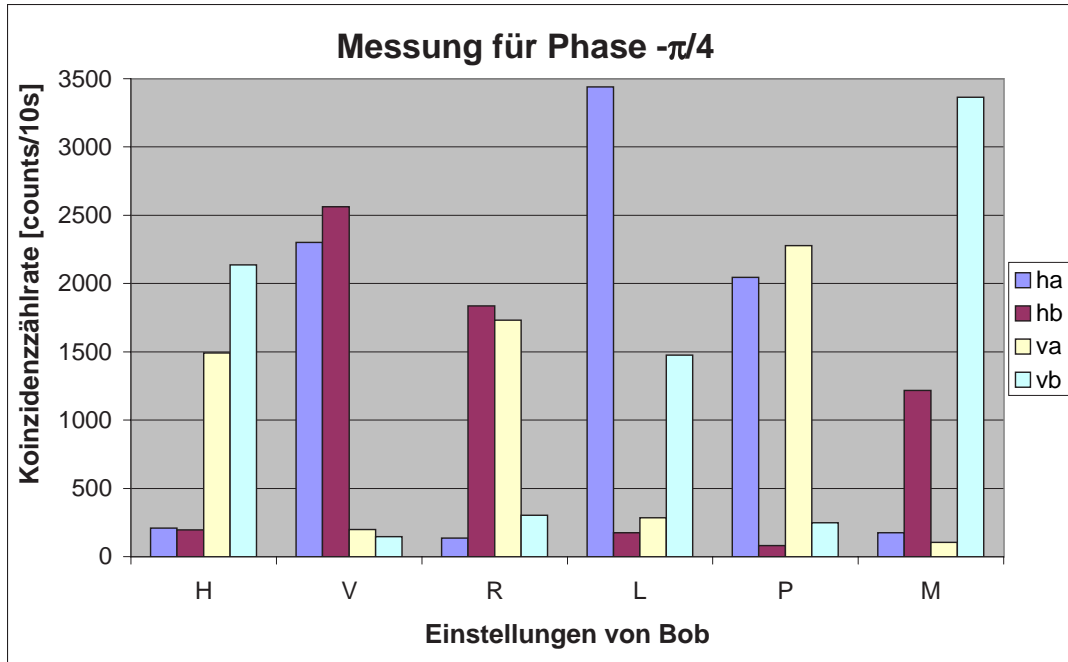


Abbildung 3.9: Koinzidenzzählrate aufgetragen gegen die verschiedenen Kanäle ha, hb, va und vb.

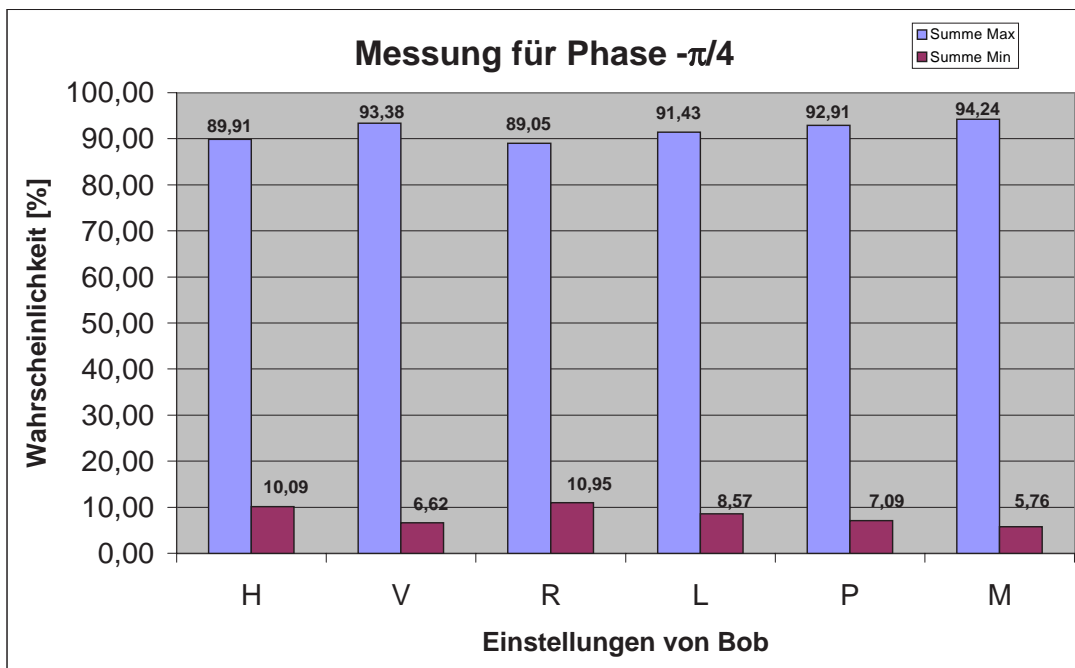


Abbildung 3.10: Wahrscheinlichkeiten, für die verschiedenen Einstellungen von Bob, richtig zu raten.

Kapitel 4

Ausblicke in die Zukunft

Zunächst wird anhand zweier Beispiele der Quantenkommunikation eine weitere Verwendung des in dieser Arbeit vorgestellten Experiments aufgezeigt. Es ist sowohl möglich, eine sichere Kommunikation zu gewährleisten, indem ein Quantenschlüssel ausgetauscht wird, als auch ohne zuvor einen Schlüssel auszutauschen. Im zweiten Teil dieses Kapitels werden zwei weitere Spiele vorgestellt, bei denen durch Quantenstrategien höhere Erfolgswahrscheinlichkeiten möglich werden.

4.1 Quantenkommunikation

Die in diesem Abschnitt angesprochenen Protokolle der Quantenkommunikation, die das Abhören geheimer Nachrichten ausschließen, sind in direkter Verbindung mit dem Experiment zu sehen, das in [7] und dieser Arbeit behandelt wird.

4.1.1 Ein Quantenschlüssel-Austausch

Es gibt viele Vorschläge, mit Hilfe des Protokolls von Bennett und Brassard (BB84) [20] einen Quantenschlüssel auszutauschen. In [21] ist außerdem beschrieben, wie man einen gemeinsamen Zufallsschlüssel mit Messungen an einem verschränkten Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchenpaar erzeugen kann. Dieses Protokoll löst das Problem des sicheren Schlüsselaustauschs, da vor Alices und Bobs Messung und klassischer Kommunikation, um den Schlüssel zu erzeugen, keine verwertbare Information in den Singletts steckt.

Ein anderes Schema [22], das ebenfalls verschränkte Zustände benutzt, um sicher kommunizieren zu können, unterscheidet sich von dem gerade erwähnten Protokoll darin, dass das Vorhandensein eines Abhörers durch ein anderes Verfahren getestet wird. Anstelle des statistischen Tests, der auf dem Bell-Theorem basiert,

tritt ein Test, der bedingte Aussagen über Messergebnisse ausnützt, die durch prä- und postselektierte Quantenzustände gewonnen werden.

Das Protokoll des Schlüsselaustausches wird folgendermaßen implementiert: Alice präpariert eine gewisse Anzahl an Kopien des Bellzustands aus Gleichung (1.20) und sendet Bob jeweils eines der Teilchen und behält das Andere. Bob nimmt nun an den zu ihm geschickten Teilchen in einer der jeweils zufällig ausgewählten σ_x - bzw. σ_z -Basis Messungen vor und gibt die Teilchen wieder an Alice zurück. Sie misst nun die Zustände der Teilchenpaare, die aus dem von ihr behaltenen und dem von Bob empfangenen Teilchen bestehen, in der VAA-Basis aus Gleichung (1.21).

Bis hierhin ist dieses Protokoll analog zu der mehrmaligen Hintereinanderausführung des „mean king’s problem“. Jetzt teilt Alice die Folge in zwei Teilfolgen auf: In die Teilfolge F_{14} , für die sich aus der Tabelle 1.3.2 die Ergebnisse Φ_1 und Φ_4 ergeben und die Teilfolge F_{23} , in der sie mit der gleichen Tabelle die Ergebnisse Φ_2 und Φ_3 erhält.

Um nun zu verifizieren, dass das Teilchen, das zu Bob geschickt wurde, nicht von Eve¹ abgehört wurde, gibt Alice die Ergebnisse ihrer Messungen von der Teilfolge F_{23} öffentlich bekannt. Mit Hilfe der Tabelle 1.3.2 kann sie bedingte Aussagen der Form, „für Bobs Teilchen i war das Ergebnis ‚up‘ (‚down‘), wenn er in σ_x gemessen hat, und es war ‚down‘ (‚up‘), wenn er in σ_z -Richtung gemessen hat“ machen, je nachdem, ob das Ergebnis ihrer VAA-Messung Φ_2 oder Φ_3 war. Stimmt eine dieser Aussagen nicht mit Bobs Aufzeichnungen überein, so muss es zwingend einen Abhörer geben, der den Übertragungskanal der Teilchen, die zu Bob geschickt wurden, überwacht, wenn man ein ideales System ohne Rauschen annimmt. In der Teilfolge F_{14} stimmen Bobs Ergebnisse „up“ und „down“ mit den Ergebnissen Φ_1 und Φ_4 aus Alices VAA-Messung überein. Sind sich Alice und Bob nun einig, dass kein Abhörer die zu Bob geschickten Teilchen observiert hat, benutzen sie die Teilfolge F_{14} , um einen gemeinsamen Schlüssel zu definieren.

Im Unterschied zum Test, in Ekerts Protokoll [21] reicht hier ein einziger Fehler zwischen Alices Analysemessung und Bobs Aufzeichnung aus, um einen eventuellen Abhörer zu identifizieren [22].

4.1.2 Sichere Kommunikation ohne Schlüsselaustausch

In [23] ist ein Verfahren vorgeschlagen, das eine sichere Kommunikation ermöglicht, ohne vorher einen gemeinsamen Schlüssel vereinbaren zu müssen. Dieses Verfahren kann mit einer Erweiterung des in dieser Arbeit vorgestellten Experiments durchgeführt werden.

¹In der Theorie der Quantenkommunikation bezeichnet man einen potentiellen Abhörer meist als Eve

In diesem Schema werden von Alice VAA-Basiszustände

$$|i+\rangle = |\Phi_i\rangle, \quad \text{und} \quad |i-\rangle = |\Phi'_i\rangle \quad \text{mit } i = 1, 2, 3, 4. \quad (4.1)$$

gesendet ($|\Phi_i\rangle$ aus (1.21)) und auf der Empfängerseite durch zufälliges hin und her schalten zwischen zwei zueinander komplementären VAA-Messbasen analysiert. Die Messeinheit auf der Empfängerseite besteht also aus zwei VAA-Zustandsanalytoren, deren Messbasen zueinander in der Beziehung

$$\begin{pmatrix} \langle \Phi_1 | \\ \langle \Phi_2 | \\ \langle \Phi_3 | \\ \langle \Phi_4 | \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle \Phi'_1 | \\ \langle \Phi'_2 | \\ \langle \Phi'_3 | \\ \langle \Phi'_4 | \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

stehen.

Die Entschlüsselungstabelle 4.1 für Bob hat dann die Form

von Alice geschicktes Photon	von Bob gemessener Zustand							
	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ'_1	Φ'_2	Φ'_3	Φ'_4
Typ 1 (Φ_1 oder Φ'_1)	+	-	-	-	-	+	+	+
Typ 2 (Φ_2 oder Φ'_2)	-	+	-	-	+	-	+	+
Typ 3 (Φ_3 oder Φ'_3)	-	-	+	-	+	+	-	+
Typ 4 (Φ_4 oder Φ'_4)	-	-	-	+	+	+	+	-

Tabelle 4.1: [23]

Wenn nun Bob zum Beispiel ein Photon im Zustand $|\Phi_3\rangle$ vorfindet, schließt er daraus, dass ein „+“ gesendet wurde, wenn Alice ihm mitteilt, dass es ein Typ 3-Photon² war, da $|\Phi_3\rangle$ orthogonal zu $|3-\rangle$ ist und dass ein „-“ gesendet wurde falls es ein Photon vom Typ 1,2 oder 4 war, da $|\Phi_3\rangle$ orthogonal zu $|1+\rangle$, $|2+\rangle$ und $|4+\rangle$ ist.

Weil die vier „+“- bzw. die vier „-“-Zustände den ganzen Zwei-Qubit-Hilbertraum aufspannen, ist es Eve nicht möglich, „+“-Photonen von „-“ Photonen zu unterscheiden, ohne den Photon-Typ zu kennen. Damit wird durch dieses Schema eine direkte geheime Kommunikation ermöglicht, die folgendermaßen realisiert wird (siehe Tabelle 4.2).

Im ersten Schritt erzeugt Alice auf ihrer Seite eine zufällige Folge von 1, 2, 3, 4 die als kryptografischer Schlüssel dient, den nur Alice kennt.

Beim zweiten Schritt verbindet sie diese Folge mit einer Kette von +/– Bits der Nachricht. Dabei wird eine ausreichende Anzahl von Kontrollbits an zufälligen

²Diese Photon ist entweder im Zustand Φ_3 oder im Zustand Φ'_3

Alices Schlüssel	1	3	4	4	1	2	1	3	3	...
Nachricht	+	$\boxed{+}$	-	-	-	+	$\boxed{-}$	+	-	...
gesendete Zustände	1+	3+	4-	4-	1-	2+	1-	3+	3-	...
Bob misst	B_1	B'_1	B'_4	B_2	B_2	B'_4	B_4	B_3	B'_3	...

Tabelle 4.2: Direkte geheime Kommunikation. Alice wählt in der ersten Reihe einen Schlüssel als eine zufällige Folge von 1, 2, 3, 4 aus und verbindet dies mit einer Bitfolge der Nachricht in der zweiten Reihe. Dabei werden zufällig angeordnete Kontrollbits (eingerahmt) eingestreut. Die so erstellte Folge von Zuständen wird in der dritten Reihe gesendet. Bob erhält eine Folge gemessener Zustände. Die Kontrollbits werden für den Test, ob ein Abhörer vorhanden ist, benutzt. Nachdem Alice die zufällige Folge der ersten Reihe offengelegt hat, ist es Bob möglich, die Nachricht der zweiten Reihe zu rekonstruieren.[23]

Positionen eingestreut. Somit sind die Zustände, die an Bob geschickt werden festgelegt. Wiederum ist nur Alice bekannt, an welchen Stellen sich nun Kontrollbits befinden.

Der dritte Schritt besteht aus dem Senden dieser Sequenz an Bob, der die Zustände jeweils durch zufällige Auswahl in einer seiner beiden möglichen VAA-Basen analysiert.

Im vierten Schritt teilt Alice Bob mit, welche der Photonen Träger der Kontrollbits waren und Bob teilt ihr mit, in welchem Zustand er diese gemessen hat.

Beim fünften Schritt vergewissert sich Alice, dass die Ergebnisse der Messungen von Bob mit dem, was sie gesendet hat, konsistent sind. Falls keine Unstimmigkeiten auftreten, schließt Alice daraus, dass die Kommunikation sicher war und nicht abgehört wurde und fährt mit dem sechsten Schritt fort, in dem sie die Schlüsselsequenz des ersten Schrittes offenbart. Mit Hilfe der Tabelle 4.1 kann Bob nun die Nachricht entschlüsseln.

Dieses Protokoll der direkten Kommunikation ist sicher, da Alice ihren Schlüssel nicht veröffentlicht, bevor sie sich selbst überzeugt hat, dass kein Abhörer gelauscht hat. Ohne diese Information des Schlüssels gelingt es Eve nicht, auch nur ein einziges Bit der Nachricht zu entschlüsseln. Die einzigen Bits, die sie möglicherweise dechiffrieren kann, bevor ihre Präsenz entdeckt wird, sind die Kontrollbits, die nicht Teil der geheimen Nachricht sind [23].

4.2 Weitere Quantenspiele

In diesem Abschnitt werden zwei weitere Spiele vorgestellt, bei denen die Gewinnausschüttung unter der Anwendung von Quantenstrategien gegenüber klas-

sischen Strategien erhöht werden kann.

Klassische Spiele, wie z.B. Poker basieren hauptsächlich auf Aktionen wie Bluff, Raten oder anderen unphysikalischen Handlungen. Von Neumann und Morgenstern [24] haben gezeigt, dass die bewusste Auswahl von Spielzügen kein essentieller Bestandteil für die Spieltheorie sind. Vielmehr geht es um Maximierung oder Minimierung von Zustandswerten. Aus dieser Sichtweise heraus kann man sich die Frage stellen, was passiert, wenn man lineare Superpositionen oder Verschränkungen der einzelnen Zustandswerte zulässt.

Warum ist es interessant, die Quantenmechanik auf Spiele anzuwenden? Erstens ist die klassische Spieltheorie eine etablierte sehr gut verstandene mathematische Methode, die in vielen Bereichen wie z.B. in der Wirtschaft oder der Biologie Anwendung findet und die, wie die Quantenmechanik, größtenteils auf Wahrscheinlichkeitsaussagen basiert.

Zweitens kann das Überleben und Weitervererben bestimmter Eigenschaften in Evolutionstheorien spieltheoretisch beschrieben werden. In manchen dieser Theorien [25, 26] wird bereits in molekularen Dimensionen das Überleben bestimmter Eigenschaften entschieden. Demzufolge spielt in diesen Evolutionstheorien die Quantenmechanik eine Schlüsselrolle.

Drittens gibt es eine enge Verbindung zwischen dem neuen Forschungsgebiet der Quantenkommunikation und der Spieltheorie. So kann man beispielsweise eine Abhörattacke einer Kommunikation als eine Art Spiel betrachten, indem ein Abhörer versucht, eine Strategie anzuwenden, mit der er möglichst viel Information erhält, ohne dabei entdeckt zu werden.

Es gibt also einige Gründe, Quantenstrategien auf die klassische Spieltheorie anzuwenden und diese zu erweitern. Zu guter letzt kann man durch Quantenspiele auch grundlegende Konzepte der Quantenmechanik anschaulich demonstrieren [27].

Die beiden Beispiele, die in den nächsten Teilabschnitten vorgestellt werden, können als Computersimulation auf der Internetseite „<http://www.cip.physik.uni-muenchen.de/~milq>“ unter dem Link Spezialgebiete, Quantenspiele ausprobiert werden. Diese Spielsimulationen sind im Rahmen von „milq“, dem „Münchener Internet-Projekt zur Lehrerfortbildung in Quantenmechanik“ in der Zulassungsarbeit von T.Gabler am Lehrstuhl für Didaktik der Physik entstanden [28, 29].

4.2.1 PQ-Münzspiel

Vorstellung des Spiels

(diese Version des Spiels ist aus [30] entnommen)

Das Raumschiff Enterprise steht kurz vor einer bevorstehenden Katastrophe.

Plötzlich erscheint das allmächtige Wesen Q aus dem Q-Kontinuum auf der Brücke und bietet seine Hilfe an, vorausgesetzt Kapitän Picard schlägt ihn bei einem Spiel. Das Spiel geht folgendermaßen: Picard soll einen Pfennig mit Kopf nach oben in eine undurchsichtige Schachtel legen. Ist dies geschehen, wird zuerst Q, dann Picard und dann erneut Q den Pfennig entweder umdrehen oder ihn so liegen lassen wie er war, ohne dass es beiden möglich ist, die Münze zu sehen oder den Zug des Gegners zu beobachten. Q hat gewonnen, wenn nach dem Öffnen der Schachtel die Münze mit Kopf nach oben liegt, anderenfalls hat Picard gewonnen [31].

Spieltheoretische Analyse

Das eben vorgestellte Spiel ist ein Nullsummen-Strategiespiel für zwei Personen, d.h. wenn Q gewinnt, verliert Picard und umgekehrt. Zunächst sollen klassische Strategien analysiert werden. Tabelle 4.1 listet alle möglichen Zugfolgen auf. Wie man dieser Tabelle entnehmen kann, ist die Gewinnwahrscheinlichkeit für beide Parteien 50%

Zug			Gewinner
Q	Picard	Q	
N	N	N	Q
N	N	U	Picard
N	U	N	Picard
U	N	N	Picard
N	U	U	Q
U	N	U	Q
U	U	N	Q
U	U	U	Picard

Abbildung 4.1: Hier sind alle Möglichkeiten aufgeführt, wie sich die beiden Spieler entscheiden können und wer dann Gewinner ist. N bedeutet, Münze nicht verändern, U bedeutet umdrehen

Nachdem Picard das Spiel auf diese Weise analysiert hat, ist er mit dem Spiel einverstanden und verliert. Er bittet Q, das Spiel zu wiederholen und zu seiner Überraschung ist Q damit einverstanden. Aber so oft sie das Spiel auch wiederholen, immer gewinnt Q. Picard ist sich nun sicher, dass Q — wie immer — mogelt, weiß allerdings nicht, wie er das macht.

Quantenmechanische Betrachtung

Betrachten wir ein Szenario, in dem Q eine quantenmechanische Strategie anwendet, Picard aber weiterhin klassisch spielt.

Die Münze hat dabei zwei Zustände, Kopf $|K\rangle$ und Zahl $|Z\rangle$, die durch

$$|Z\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad |K\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

ausgedrückt werden können. Die Aktionen „umdrehen“ \hat{U} und „nicht umdrehen“ \hat{N} werden durch die Transformationen

$$\hat{N} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{U} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

beschrieben.

Bringt nun Q die Münze bei seinem ersten Spielzug mit dem quantenmechanischen Zug \hat{Q} in die Superposition der beiden Anfangszustände

$$\hat{Q}|Z\rangle = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}_{\text{Quantenzug } \hat{Q}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|Z\rangle + |K\rangle) \quad (4.5)$$

und führt bei seinem zweiten Zug die Umkehrtransformation aus, kann Picard die Münze drehen und wenden wie er will, er wird den Zustand der Münze nicht ändern können. Q wird zwangsläufig immer gewinnen [28, 30].

Im Wesentlichen kann Q's Quantenstrategie für eine Fehlerkorrektur für Bits in einem verrauschten Kanal verwendet werden, da ein Bitflip-Fehler für diese Strategie irrelevant ist. Die Überlegenheit des Quantenspielzuges über jeden klassischen kann somit auch zur Implementierung einer quantenmechanischen Fehlerkorrektur für ein einzelnes Qubit verwendet werden [30].

4.2.2 Das Gefangenendilemma

Vorstellung des Spiels

In diesem Problem geht man von folgender Situation aus: Zwei Gefangene werden verdächtigt, gemeinsam eine Straftat begangen zu haben. Die Höchststrafe für das Verbrechen beträgt fünf Jahre. Die Gefangenen werden einzeln befragt und haben keine Möglichkeit, sich über ihr Vorgehen abzusprechen. Der Richter macht nun jedem der beiden Gefangenen das Angebot, als Kronzeuge gegen den anderen auszusagen, um ihn für fünf Jahre ins Gefängnis zu bringen und selber straffrei davonzukommen, falls der andere schweigt. Schweigen beide, so reichen die Indizienbeweise um beide für zwei Jahre ins Gefängnis zu stecken. Gestehen beide, so wird die Kronzeugenregelung nicht angewendet, aber es gibt mildernde Umstände und sie müssen jeweils vier Jahre hinter Gitter. Jeder der Gefangenen hat nun die Möglichkeit zu schweigen oder zu gestehen[32].

Ich werde das Problem der Anschaulichkeit halber in ein äquivalentes Münzspiel übersetzen [28, 29]: Die beiden Spieler Alice und Bob (die Gefangenen), erhalten jeweils eine Münze mit der Zahl nach oben. Beide haben unabhängig voneinander zwei Wahlmöglichkeiten:

Sie können kooperieren, indem sie die Münze nicht umdrehen und mit der Zahl nach oben zurückgeben, oder sie können nicht kooperieren und drehen die Münze um und geben sie mit dem Kopf nach oben zurück. Hierbei bedeutet die Aktion „kooperieren“ schweigen und die Aktion „nicht kooperieren“ den anderen „verpfeifen“

Die Gewinnverteilung sieht folgendermaßen aus. Kooperieren beide Spieler, erhält jeder 3 Mark. Kooperiert nur einer, so bekommt der nicht kooperierende Spieler 5 Mark. Wenn keiner der beiden Spieler kooperiert, so erhalten beide eine Mark. Diese Regeln sind in der untenstehenden Tabelle zusammengefasst.

Zug	Bob kooperiert	Bob Kooperiert nicht
Alice kooperiert	Alice: 3 Mark Bob: 3 Mark	Alice: 5 Mark Bob: 0 Mark
Alice kooperiert nicht	Alice: 0 Mark Bob: 5 Mark	Alice: 1 Mark Bob: 1 Mark

Betrachtung der Klassischen Gewinnstrategie

Es handelt sich hierbei um kein Nullsummenspiel, da nun beide Parteien gewinnen können. In [32] sind verschiedene klassische Gewinnstrategien aufgeführt, mit denen man bei mehrmaliger Wiederholung dieses Spiels niedrigere und höhere Gewinne erzielen kann.³ Bei einmaliger Ausführung gibt es nun die folgenden Möglichkeiten des Spielausgangs für Alice.

Kooperiert Bob, erhält Alice für den Fall, dass sie kooperiert 3 Mark, kooperiert sie nicht, so erhält sie 5 Mark.

Wenn Bob jedoch nicht kooperiert, so erhält Alice im Fall, dass sie kooperiert, nichts und für den Fall, dass sie nicht kooperiert, 1 Mark.

Zieht man nun die Bilanz aus diesen Betrachtungen, so ist die beste Strategie für Alice nicht zu kooperieren, da dabei ihr Gewinn für beide Fälle größer ist. Da das Problem für Bob symmetrisch ist, ist für beide die dominante Spielstrategie, nie zu kooperieren. Dieser Sachverhalt ist ein Abbildung 4.2 graphisch dargestellt. Das ist aber ausgerechnet der Fall des niedrigsten aller Gesamtgewinnerträge. Aus diesem Grund wird dieses Spiel als *Gefangenen-Dilemma* bezeichnet.

³Führt man das „Prisoner’s Dilemma“ Spiel mehrmals hintereinander aus, so wird in der Literatur von „Advanced Prisoner’s Dilemma“ gesprochen

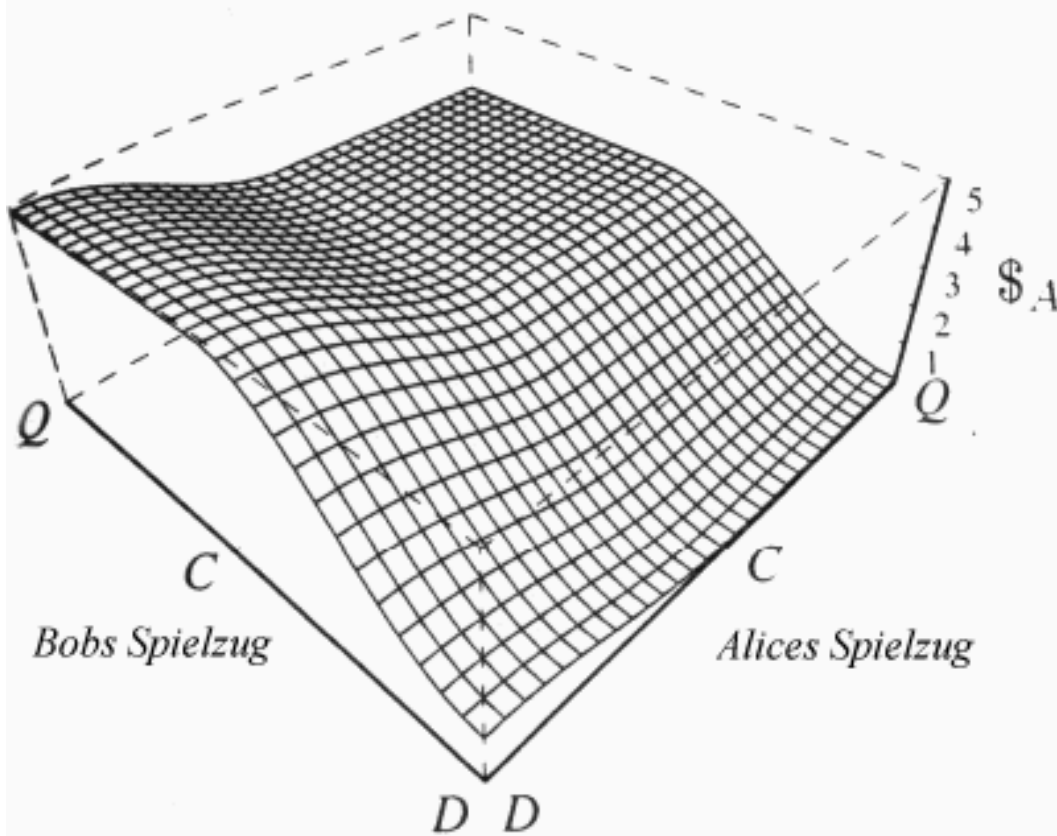


Abbildung 4.2: Alices Gewinn ist in Abhängigkeit von ihrem und Bobs Spielzug dargestellt. Neben den Spielzügen „kooperieren“ (Cooperate) und „nicht kooperieren“ (Defect) existiert quantenmechanisch ein weiterer Zug (Q), der hier Superpositionen von C und D ermöglicht. Es ergibt sich das gleiche Bild wie für den rein klassischen Fall: Bei jedem von Bobs möglichen Spielzügen erhält Alice den höchsten Gewinn, wenn Sie die Strategie D wählt [28, 29].

Betrachtung einer quantenmechanischen Strategie, die Verschränkung benützt

Die Idee ist nun, einen Ausgangszustand zu verwenden, bei dem die Orientierungen der beiden Münzen verschränkt sind [27]. Für den klassischen Spielverlauf ist der Ausgangszustand egal, solange er beiden Spielern bekannt ist. Die Zustände der Münzen können analog zum klassischen Fall mit $|K\rangle$ für Kopf und $|Z\rangle$ für Zahl beschrieben werden. Alle quantenmechanisch sinnvollen Spielzüge lassen sich durch den Operator \hat{O}

$$\hat{O}(\varphi, \vartheta) = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\vartheta}{2})e^{i\varphi} & \sin(\frac{\vartheta}{2}) \\ -\sin(\frac{\vartheta}{2}) & \cos(\frac{\vartheta}{2})e^{i\varphi} \end{pmatrix}, \quad \varphi \in [0; \pi[, \quad \vartheta \in [0; \frac{\pi}{2}[\quad (4.6)$$

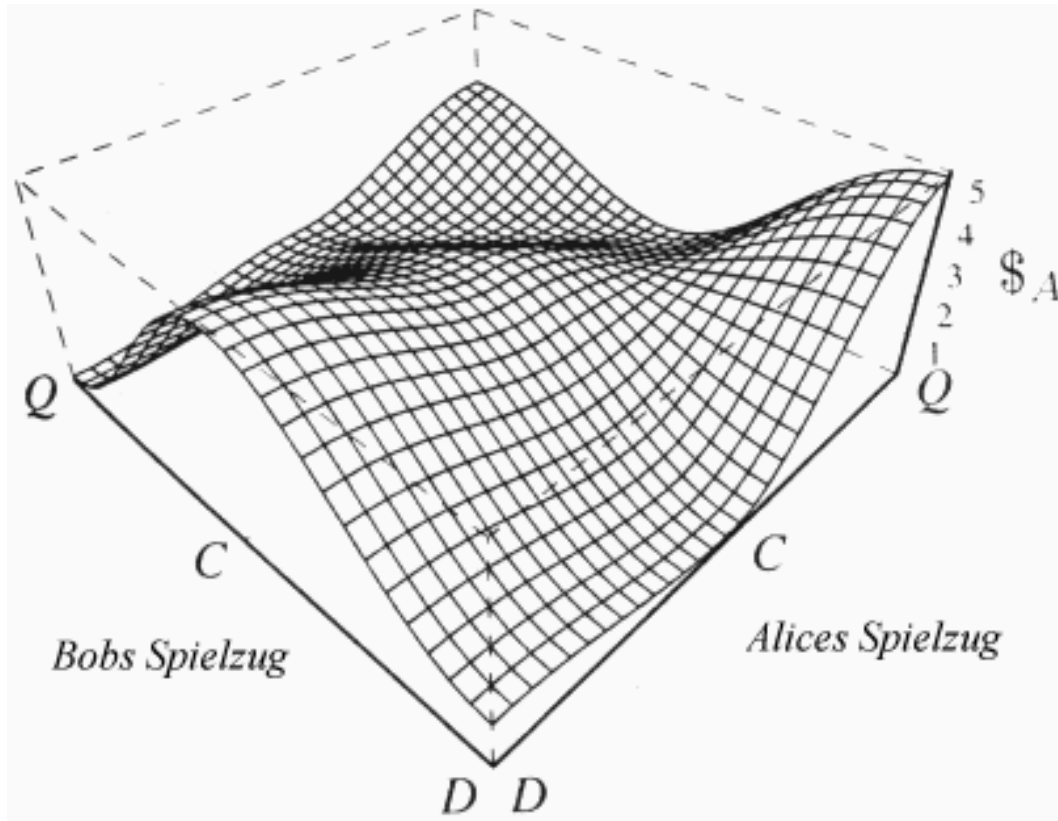


Abbildung 4.3: Der Ausgangszustand ist nun maximal verschränkt. Solange sich beide Parteien auf klassische Züge beschränken ändert sich nichts und die beste Strategie ist D. Sind alle quantenmechanisch möglichen Fälle zugelassen, ist die beste Strategie der Spielzug Q [28, 29].

darstellen. Die beiden Spielzüge umdrehen \hat{U} bzw. nicht umdrehen \hat{N} der Münzen werden dann durch die Matrizen

$$\hat{N} = \hat{O}(0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{U} = \hat{O}(\pi, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

beschrieben. Neben diesen beiden klassischen Spielzügen existiert nun noch ein weiterer extremaler⁴ \hat{O} , quantenmechanischer Spielzug \hat{Q}

$$\hat{Q} = \hat{O}\left(0, \frac{\pi}{2}\right) = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Dieser Spielzug hat keine klassische Interpretation und hat nur in einer quantenmechanischen Version des Spiels eine Bedeutung. Mit den hier eingeführten

⁴Man sucht die Extremwerte der verschiedenen Matrizeneinträge des Operators im Definitionsbereich

Spielzügen kann man das Spiel nun mit

$$|\Psi_{\text{Erg}}\rangle = \underbrace{\hat{J}^{-1}}_{\text{Korrektur}} \underbrace{(\hat{O}_{\text{Alice}} \otimes \hat{O}_{\text{Bob}})}_{\text{Spielzüge}} \underbrace{\hat{J}|ZZ\rangle}_{\text{Anfangszustand}} \quad (4.9)$$

komplett beschreiben. Dabei gilt für den Anfangszustand

$$\hat{J}|ZZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ZZ\rangle + i|KK\rangle). \quad (4.10)$$

Die Darstellung $\hat{J}|ZZ\rangle$ für den Ausgangszustand wurde gewählt, weil das Spiel, wenn beide Spieler kooperieren, sich am Ende wieder in dem klassisch zugänglichen Zustand $|ZZ\rangle$ befinden muss. Dies wird durch Anwendung der Umkehrabbildung erreicht, nach dem die Spielzüge durchgeführt wurden.

Betrachten wir anhand der Abbildung 4.3 nun die neue Situation. Entscheidet sich Bob zu kooperieren, ist D für Alice immer noch die beste Wahl. Entscheidet sich Bob aber seinerseits für D, ist es für Alice eine bessere Wahl den „Quantenzug“ Q zu spielen, damit erhöht sich ihr Gewinn auf 5 Mark. Nicht kooperieren ist somit nicht mehr in allen Situationen der beste Zug sondern es ist günstiger, von D abzuweichen und Q zu wählen. Der Gesamtertrag ist somit für beide Parteien nun 3 Mark und das „Dilemma“ hat sich aufgelöst.

Dieses Spiel ist die Ausgangssituation für ein neues Experiment, dass nach dem in dieser Arbeit behandelte Experiment durchgeführt werden soll. Für die experimentelle Umsetzung kann ein ähnlicher Aufbau wie für das Experiment zu „Quantum Dense Coding“ [33] verwendet werden.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit ist es gelungen, das von Vaidman, Aharonov und Albert (VAA) vorgeschlagene „Gedankenexperiment“ [6] zur Bestimmung der Werte von σ_x , σ_y und σ_z eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens durchzuführen. Die Idee dieses Experiments kann wie folgt dargestellt werden: Alice präpariert einen verschränkten Zweiteilchenzustand aus Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen und gibt eines der Teilchen an Bob weiter. Dieser nimmt an diesem Teilchen eine projektive Spinmessung in einer der drei Eigenbasen der Spinobservablen σ_x , σ_y und σ_z vor und gibt das Teilchen wieder an Alice zurück, die nun ihrerseits eine Messung des möglicherweise veränderten Zweiteilchenzustands in einer VAA-Basis (siehe (1.21)) vornimmt. Der gemessene Eigenwert ermöglicht es Alice, die Ergebnisse jeder möglichen Spinmessungen von Bob mit Sicherheit zu bestimmen.

Experimentell entscheidend war eine genaue Charakterisierung der Polarisatoneigenschaften aller eingesetzter optischer Komponenten, weil unerwünschte Doppelbrechung zu einer untragbaren Zustandsverfälschung führt. Diese Charakterisierung hat es erlaubt, die Fehler größtenteils zu kompensieren.

Damit wurde gezeigt, dass, im Gegensatz zum VAA-Experiment, die maximale Wahrscheinlichkeit für die korrekte Vorhersage der Ergebnisse von Bobs projektiver Spinmessung bei 90,3% liegt, wenn man keine Verschränkung benützt. Des Weiteren konnte bestätigt werden, dass mit dem VAA-Verfahren eine Vorhersagewahrscheinlichkeit von $92,52\% \pm 0,71\%$ erreicht wurde, wobei die best mögliche Einteilchen-Strategie von 90,3% um 3,11 Standardabweichungen überschritten wurde.

Ausblicke

Das nächste Ziel wird sein, die Wahrscheinlichkeit für die korrekte Vorhersage der Ergebnisse von Bobs projektiver Spinmessung noch weiter zu erhöhen und somit das Experiment zum Abschluss zu bringen.

In dem noch sehr jungen Gebiet der Quanteninformation bieten sich viele Möglichkeiten, Experimente mit dem Konzept der Verschränkung zweier Freiheitsgrade eines Teilchens durchzuführen. Das in dieser Arbeit vorgestellte Experiment dient

zum Beispiel als Basis für ein Quantenkryptographieprotokoll [23], mit dem zuvor kein Schlüsselaustausch notwendig ist, um eine sichere Kommunikation zu gewährleisten. Aber auch andere Kryptographieprotokolle [22, 23] bauen auf diesem Experiment auf.

Ein Weiterer Gesichtspunkt in der Anwendung von Quantenstrategien ist der Versuch, für Probleme, die in der klassischen Spieltheorie nicht zu lösen sind, mit der Hilfe von Superposition und Verschränkung eine Lösung zu finden. Ein Beispiel hierfür ist das Prisoners' Dilemma [27], das als Möglichkeit eines zukünftigen Experiments in dieser Gruppe in Betracht gezogen wird.

Anhang A

Mathematica Berechnungen

A.1 Matrizen optischer Elemente

Der Anhang besteht aus Mathematica Dateien und ist hier nicht abgebildet, sondern nur in der gedruckten Version. Hier sind die Dateien in der gepackten Version „Mathematica Dateien.zip“ extra vorhanden.

A.2 Berechnung der Wellenfunktion durch das Experiment

A.3 Polarisierungen durch $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen

A.4 Berechnung der Phaseneinstellungen

Literaturverzeichnis

- [1] A. Einstein, B. Podolski, and N. Rosen. Can Quantum-mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete. *Physical Review Letters*, 47:777, 1935.
- [2] D. Bohm. *Quantum Theory*. Prentice Hall: New York, 1951.
- [3] J.S. Bell. On the Einstein-Podolski-Rosen Paradox. *Physics 1*, page 195, 1935.
- [4] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt. Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories. *Physical Review Letters*, 23:880, 1969.
- [5] S. J. Freedman and J. S. Clauser. Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories. *Physical Review Letters*, 28:938, 1972.
- [6] L. Vaidman, Y. Aharonov, and D. Z. Albert. How to Ascertain the Values of σ_x , σ_y and σ_z of a Spin- $\frac{1}{2}$ Particles. *Physical Review Letters*, 58(14):1385–1387, April 1987.
- [7] M. Weber. Wie man die Werte von σ_x , σ_y und σ_z eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens bestimmt. Master's thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2000.
- [8] Y. Aharonov. „The Mean King's Problem“. Öffentliche Vorträge.
- [9] Y. Aharonov and B.-G. Englert. The Mean King's Problem: Spin 1. *quant-ph*, 0101065, Januar 2001.
- [10] N. Lütkenhaus, J. Calsamiglia, and K.-A. Suominen. Bell Measurement for Teleportation. *Physical Review A*, 59(5), 1999.
- [11] B.-G. Englert, C. Kurtsiefer, and H. Weinfurter. Universal Unitary Gate for Single-Photon 2-Qubit States. *quant-ph*, 0101064, Januar 2001.
- [12] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs. *Physical Review Letters*, 75:4337, Dezember 1995.

- [13] C. Kurtsiefer, M. Oberparleiter, and H. Weinfurter. Generation of Correlated Photon Pairs in Type-II Parametric Down Conversion — Revisited. *Journal of Modern Optics*, 48(13):1997–2007, 2001.
- [14] J. Volz. Kompakte Festkörperlichtquelle für verschränkte Photonen. Master's thesis, Ludwig-Maximilians-Universität, 2000.
- [15] M. Oberparleiter. PhD thesis, Ludwig-Maximilians-Universität, 2001.
- [16] J. Volz. Compact All-Solid-State-Source of Polarisation Entangled Photon Pairs. *Applied Physics Letters*, 79(6):869–871, August 2001.
- [17] S. Cova, M. Ghioni, A. Lacaita, C. Samori, and F. Zappa. Avalanche Photodiodes and Quenching Circuits for Single-Photon Detection. *Applied Optics*, 35(12):1956–1976, 1996.
- [18] T.W. Hänsch and B. Couillaud. Laser Frequency Stabilisation by Polarising Spectroscopy of a Reflecting, Reference Cavity. *Optical Community*, 35(3):441–444, Dezember 1980.
- [19] Bergmann-Schaefer. *Lehrbuch der Experimentalphysik: Optik*, volume Band 3. Walter de Gruyter, 9. Auflage edition, 1993.
- [20] C. H. Bennett and G. Brassard. Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing. *Proceedings of International Conference on Computers, Systems, and Signal Processing*, pages 175–179, 1984.
- [21] A.K. Ekert. Quantum Cryptography based on Bell's Theorem. *Physical Review Letters*, 67(6):661–663, August 1991.
- [22] J. Bub. Secure Key Distribution via Pre- and Post-Selected Quantum States. *quant-ph*, 0006086, Juni 2000.
- [23] A. Beige, B.-G. Englert, C. Kurtsiefer, and H. Weinfurter. Secure Communication with Single-Photon Two-Qbit States. *quant-ph*, 0101066, Januar 2001.
- [24] J. von Neumann and O. Morgenstern. *The Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton University Press, 1947.
- [25] R. Axelrod. *The Evolution of Cooperation*. Basic Books, New York, 1984.
- [26] R. Dawkins. *The Selfish Gene*. Oxford University Press, 1976.
- [27] J. Eisert, M. Wilkens, and M. Lewenstein. Quantum Games and Quantum Strategies. *Physical Review Letters*, 83(15):3077–3080, Oktober 1999.

- [28] T. Gabler. Quantenspiele. Zulassungsarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2001.
- [29] Münchener Internet-Projekt zur Lehrerfortbildung in Quantenmechanik. Internet: <http://www.cip.physik.uni-muenchen.de/~milq/>.
- [30] D. A. Meyer. Quantum Strategies. *Physical Review Letters*, 82(5):1052–1055, Februar 1999.
- [31] Q und Picard sind zwei Charaktere der bekannten amerikanischen Fernsehserie *Star Trek: The Next Generation*.
- [32] T. Thelen. Spieltheorie und das Gefangenendilemma. Internet: <http://www.cl-ki.uni-osnabrueck.de/nntthele/ipd/>.
- [33] K. Mattle, H. Weinfurter, P. G. Kwiat, and A. Zeilinger. Dense Coding in Experimental Quantum Communication. *Physical Review Letters*, 75(24):4656–4659, Juni 1996.
- [34] Y. Aharonov and B.-G. Englert. The Mean King’s Problem: Prime Degrees of Freedom. *quant-ph*, 0101134, Januar 2001.
- [35] S. Ben-Menahem. Spin-measurement Retrodiction. *Physical Review A*, 39(4):1621–1627, Februar 1989.
- [36] S. Metzger. Spin-measurement Retrodiction revisited. *quant-ph*, 0006115, Juni 2000.
- [37] J. Eisert and M. Wilkens. Quantum Games. *quant-ph*, 0004076, April 2000.
- [38] W. Shurcliff. *Polarized Light*. Harvard University Press, Cambridge, 1966.
- [39] A. Yariv and P. Yeh. *Optical Waves in Crystals*. Wiley, 1984.
- [40] P. W. Shor. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory. *Physical Review A*, 52:2493–2495, 1995.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen haben. Besonders erwähnen möchte ich Prof. Harald Weinfurter und Christian Kurtsiefer, die mir immer wieder Tipps gegeben haben, wie physikalische Probleme effektiv und präzise gelöst werden können.

Auch Oliver Schulz, Jürgen Volz und Markus Weber möchte ich einen besonderen Dank aussprechen. Sie Haben mit ausführlichen Diskussionen einen großen Beitrag zu Lösungen einiger Probleme theoretischer Natur beigetragen.

Des Weiteren möchte ich mich bei Markus Oberparleiter und Patrik Zarder für Ihre Ratschläge bedanken, die zur Bewältigung so manchen experimentellen Problems sehr hilfreich waren. Ich möchte mich auch bei allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe für das angenehme Arbeitsklima und den vielen Kuchen bedanken.

Zu Guter Letzt bedanke ich mich bei meinen Elter, die mir durch Ihre langjährige finanzielle Unterstützung das Physikstudium erst ermöglicht haben, und bei meiner Freundin, die vor allem zum Schluss meiner Arbeit viel Geduld aufbrachte.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt zu haben und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet zu haben.

München, den 3. Dezember 2001

Ruprecht Steinhübl