

Kompakte Festkörperlichtquelle für verschränkte Photonen

Diplomarbeit an der Fakultät für Physik
der
Ludwig-Maximilians-Universität München
Arbeitsgruppe Prof. Dr. Harald Weinfurter

Jürgen Volz

15. Dezember 2000

Erstgutachter: Prof. Dr. Harald Weinfurter
Zweitgutachter: Prof. Dr. Eberhard Riedle

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
2. Theoretische Grundlagen	6
2.1. Lineare Optik	6
2.1.1. Strahlenoptik	6
2.1.2. Gaußsche Optik	7
2.2. Optische Resonatoren	12
2.2.1. Geometrie	12
2.2.2. Konfokaler Resonator	14
2.2.3. Intensität im Resonator	15
2.2.4. Charakteristische Parameter von Resonatoren	19
2.3. Nichtlineare Optik	20
2.3.1. Wechselwirkung verschiedener Felder	20
2.3.2. Frequenzverdopplung	23
2.3.3. Effekte bei großen Leistungen	27
2.3.4. Spontane parametrische Fluoreszenz	30
2.3.5. Verschränkung	33
2.4. EPR-Paradoxon	36
2.4.1. Quantenmechanische Betrachtung	36
2.4.2. Ergebnisse nach EPR und Bell	37
3. Frequenzverdoppler	39
3.1. Darstellung der einzelnen Komponenten	39
3.1.1. Aufbau	39
3.1.2. Eigenschaften der Laserdiode	41
3.1.3. Der optische Resonator	42
3.2. Eigenschaften des Frequenzverdopplers	46
3.2.1. Eigenschaften des Resonators	46
3.2.2. Temperatureffekte	48
3.2.3. Intensitätsschwankungen in der zweiten Harmonischen	51
3.2.4. Langzeitstabilität	55

4. Spontane parametrische Fluoreszenz	59
4.1. Darstellung der einzelnen Komponenten	59
4.1.1. Aufbau	59
4.1.2. Der optische Resonator	60
4.1.3. Einkoppeleinheit	62
4.2. Eigenschaften des Resonators	63
4.2.1. Charakteristische Parameter des Resonators	63
4.2.2. Temperatureffekte	65
4.2.3. Rückkopplung	66
4.3. Eigenschaften der erzeugten Photonenpaare	67
4.3.1. Zählraten und zeitliche Statistik	67
4.3.2. Untersuchung auf Verschränkung	71
4.3.3. Spektren	75
5. Technik	79
5.1. Resonatorstabilisierungen	79
5.1.1. Pound-Drever-Stabilisierung	79
5.1.2. Dither-Lock	82
5.2. Hochspannungsverstärker	85
5.3. Temperaturstabilisierung	85
6. Zusammenfassung	87
Anhang	89
Literaturverzeichnis	93

1. Einleitung

Eine der am schwierigsten zu verstehenden Konsequenzen der Quantenmechanik ist die Verschränkung von zwei oder mehr verschiedenen Objekten. Dies zeigt sich unter anderem in dem von Einstein, Podolsky und Rosen im Jahre 1935 vorgeschlagenen Gedankenexperiment[1], in dem zum ersten Mal auf die besonderen Eigenschaften eines verschränkten Zweiteilchenzustands hingewiesen wurde. Damals ging es im wesentlichen um die Frage, ob jedem einzelnen der beiden Teilchen zu jeder Zeit eine bestimmte Eigenschaft zugeschrieben werden kann - wie es Einstein, Podolsky und Rosen forderten - oder ob dies nicht möglich ist - wie es die damaligen Verfechter der Quantenmechanik meinten. Dieses Problem wurde schließlich von Bohm[2] auf den Fall der Verschränkung von zwei Spinfreiheitsgraden übertragen, das die theoretische Beschreibung wesentlich vereinfachte. Im Jahr 1964 entwickelte J.S. Bell eine Ungleichung[3], in der zum ersten Mal mathematisch gezeigt wurde, daß die Forderungen von Einstein, Podolsky und Rosen denen der Quantenmechanik widersprechen. Vor allem konnte Bell zeigen, daß tatsächlich experimentell überprüfbare Unterschiede zwischen den verschiedenen Theorien (der Quantenmechanik und den Theorien mit lokalen verborgenen Parametern) existieren.

Zur damaligen Zeit war allerdings noch keine Möglichkeit bekannt, diese sogenannten Bellschen Ungleichungen experimentell zu überprüfen, da die Erzeugung verschränkter Zustände mit den damals zur Verfügung stehenden Mitteln extrem kompliziert war[4][5]. Mit der Entwicklung starker Laser und der Entdeckung der spontanen parametrischen Fluoreszenz (SPF) eröffnete sich allerdings eine leistungsfähige Methode zur Erzeugung von verschränkten Photonenpaaren. Dadurch wurden Experimente mit wesentlich besserem Signal- zu Untergrundverhältnis möglich[6][7], die Überprüfungen der Frage nach der Existenz verborgener Parameter erlaubten.

Nachdem damit die Existenz von verborgenen Parametern heutzutage mit großer Wahrscheinlichkeit verneint werden kann, wendet sich das Interesse immer mehr den Eigenschaften dieser verschränkten Zustände und ihrer potentiellen Anwendungsmöglichkeiten in physikalischen Grundlagenexperimenten oder der Technik (hier besonders auf dem Gebiet der abhörsicheren Nachrichtenübermittlung) zu. So spielen verschränkte Photonen neben ihrer Bedeutung in weiteren Untersuchungen zu den Bellschen Ungleichungen heute eine immer größer werdende Rolle in Fragen der Quanteninformation, bei der Quantenteleportation[8], Quantum-Dense-Coding[9] oder auch in der Quantenkryptographie[10], in der man sich die Tatsache zunutze macht, daß ein potentieller Abhörer

die Verschränkung der beiden Photonen zerstört und damit entlarvt werden kann. Ein weiteres Einsatzgebiet der spontanen parametrischen Fluoreszenz ist die Erzeugung von Einzelphotonen[11]: Indem eines der beiden Photonen als Trigger verwendet wird, weiß man sicher, daß sich gerade ein Photon im anderen Arm der Paarquelle und damit im aufgebauten Experiment befindet.

Die bei der SPF erzeugten Photonen müssen mit Einzelphotonendetektoren nachgewiesen werden, für die aufgrund ihrer hohen Detektionseffizienz hauptsächlich Silizium-Avalanche-Photodioden in Frage kommen. Die Detektionseffizienz dieser Dioden besitzt ihr Maximum zwischen 800 nm und 860 nm und nimmt dann mit zunehmender Wellenlänge stark ab. Aus diesem Grund benötigt man zur Erzeugung der Photonenpaare Pumplaser mit Wellenlängen unterhalb von 450 nm.

Das heutzutage vorwiegend eingesetzte Verfahren zur Erzeugung von verschränkten Photonen mit Hilfe der SPF basiert auf der Verwendung eines Argon-Ionen-Lasers, dessen Strahl auf einen optisch nichtlinearen Kristall (in den meisten Fällen Barium-Beta-Borat, BBO) fokussiert wird[12]. Mit dieser Art von Aufbau läßt sich eine für die meisten Anwendungen ausreichende Anzahl von Photonenpaaren erzeugen. Durch die dabei verwendeten Pumplaser ergeben sich allerdings eine Reihe von Problemen, die die Arbeit mit dieser Art von Quelle erschweren: Die verwendeten Argon-Ionen-Laser benötigen enorme elektrische Leistungen, die sich im Normalfall in der Größenordnung von 50 kW bewegen. Diese hohen elektrischen Leistungen führen zu einer starken Wärmeentwicklung, die nur durch eine gute Wasserkühlung abgeführt werden kann, wobei die Verwendung von großen Mengen an Kühlwasser in optischen Labors nicht gerade unproblematisch ist. Dies alles hat zur Folge, daß diese Quelle sowohl in der Anschaffung als auch im Unterhalt hohe Kosten verursacht.

Neuere, wesentlich effizientere Festkörperlaser (die Wellenlängen größer als 530 nm besitzen) können aufgrund der stark nachlassenden Detektionseffizienz der Silizium-Avalanche-Photodioden bei Wellenlängen oberhalb von 900 nm nicht verwendet werden. Die heutzutage vorhandenen Laserdioden mit Wellenlängen um 425 nm besitzen eine noch zu geringe Leistung (von maximal 5 mW) und lassen sich aus diesem Grund nicht als Quelle für das Pumplicht der SPF einsetzen.

Im Rahmen der vorliegenden Diplomarbeit sollte aus diesen Gründen eine einfache und kompakte Quelle für korrelierte und verschränkte Photonenpaare aufgebaut werden, die sich aus Kostengründen und aus Gründen der unkomplizierten Bedienung auf ein reines Festkörperlasersystem (eine Laserdiode mit 200 mW Leistung bei einer Wellenlänge von 856 nm) beschränkt. Um das oben angesprochene Problem der oberhalb von 900 nm stark nachlassenden Detektoreffizienz zu umgehen, wird das Licht der Laserdiode zuerst durch die Verwendung eines externen Frequenzverdopplers in Licht mit der halben Wellenlänge konvertiert, das dann als Pumplicht für die spontane parametrische Fluoreszenz verwendet wird. Da bei beiden Prozessen (Frequenzverdopplung und SPF) eine starke Abhängigkeit von der Intensität besteht, kommen optische Resonatoren zur Anwendung, um einen höheren Wirkungsgrad zu erreichen.

Gliederung der Diplomarbeit

Die hier vorliegende Arbeit ist in vier wesentliche Abschnitte unterteilt: Zuerst werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen dieser Arbeit erläutert. Das eigentliche Experiment wird in den darauffolgenden Kapiteln 3 und 4 besprochen, wobei im dritten Kapitel der Frequenzverdoppler und dessen Eigenschaften dargestellt werden und im vierten Kapitel schließlich auf den zur SPF benötigten Resonator und die Eigenschaften der damit erzeugten Photonenpaare eingegangen wird. Zum Schluß werden dann im fünften Kapitel die im Zuge dieser Arbeit verwendeten und gebauten elektronischen Schaltungen vorgestellt.

2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen der vorliegenden Diplomarbeit dargestellt, wobei zuerst auf die grundlegenden Begriffe der klassischen und der gaußschen Optik eingegangen wird. Danach werden die für diese Arbeit notwendigen Eigenschaften von Resonatoren besprochen, wobei insbesondere deren Möglichkeiten zur Intensitätsüberhöhung näher untersucht werden. Anschließend wird auf die nichtlinearen Prozesse und dabei besonders auf die Frequenzverdopplung und dabei auftretende Effekte und die spontane parametrische Fluoreszenz zur Erzeugung von verschränkten Photonenpaaren eingegangen.

2.1. Lineare Optik

2.1.1. Strahlenoptik

In der Strahlenoptik, die oft auch als klassische Optik bezeichnet wird, wird die Ausbreitung von Licht durch Strahlen beschrieben, die geradlinig im freien Raum verlaufen. Betrachtet man einen Strahl, der sich relativ zur Symmetrieachse einer optischen Grenzschicht ausbreitet, so kann man diesen durch zwei Parameter charakterisieren: seinen Abstand zur optischen Achse r und seine Steigung r' . Trifft der Strahl nun auf diese Grenzschicht, so wird er gemäß dem Snelliusschen Brechungsgesetz an der Oberfläche gebrochen und man erhält (für nicht allzu große Einfallswinkel) folgende Zusammenhänge zwischen den Parametern des einfallenden (r_1, r'_1) und denen des austretenden Strahls (r_2, r'_2) :

$$\begin{aligned} r_2 &= r_1 \\ r'_2 &= r'_1 \frac{n_1}{n_2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Dabei stellen n_1 und n_2 die Brechungsindizes zu beiden Seiten der Grenzschicht dar. Wenn man die beiden Parameter r und r' zu einem Spaltenvektor

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix}$$

zusammenfaßt, kann man die obigen Gleichungen in der folgenden Matrixformulierung darstellen:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Dadurch lassen sich nun auch komplexe Strahltransformationen durch einfache Multiplikation der entsprechenden Matrizen (falls diese bekannt sind) berechnen. Dabei ist zum Beispiel die Matrix für einen Durchgang durch eine Linse mit Brennweite f :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Und für Reflexion des Strahls an einem Spiegel mit Krümmungsradius R ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

2.1.2. Gaußsche Optik

Die in Abschnitt 2.1.1 dargestellten Zusammenhänge wurden bereits aufgestellt, bevor die Wellennatur des Lichts bekannt war. Aus diesem Grund ist klar, daß diese Gleichungen nur näherungsweise gültig sein können. Um ein besseres Modell für die Ausbreitung von Licht zu erhalten, wird nun ausgehend von den Maxwell'schen Gleichungen eine einfache Näherung[14] für achsennahe Lichtausbreitung hergeleitet.

Wellengleichung

Zur Herleitung der Wellengleichung werden die folgenden Maxwell'schen Gleichungen für isotrope und ladungsfreie Medien benötigt:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla(\epsilon \vec{E}) &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dabei stellen \vec{E} bzw. \vec{H} die elektrischen bzw. magnetischen Felder dar. ϵ ist die Dielektrizitätskonstante und μ steht für die Permeabilität. Durch Umformungen und die Annahmen, daß sich das elektrische Feld wie eine monochromatische Welle der Art $\vec{E}(x, y, z, t) = \text{Re}[\vec{E}(x, y, z)e^{i\omega t}]$ entwickelt und daß sich ϵ innerhalb einer Wellenlänge nur wenig ändert, gelangt man schließlich zur Gleichung:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2(\vec{r})\vec{E} = 0 \quad , \quad (2.6)$$

wobei die Wellenzahl k gegeben ist durch

$$k^2(\vec{r}) = \omega^2 \mu \epsilon(r) \left(1 - i \frac{\sigma(r)}{\omega \epsilon(\vec{r})} \right) \quad . \quad (2.7)$$

Hier ist $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ der Abstand von der Strahlachse und σ erlaubt die Betrachtung von Verlust ($\sigma > 0$) oder Verstärkung ($\sigma < 0$) der Intensität des Lichts im Medium. Zur

2. Theoretische Grundlagen

weiteren Vereinfachung werden nun nur noch Fälle betrachtet, in denen nur Veränderungen von k in transversaler Richtung vorhanden sind, d.h.

$$k^2(\vec{r}) = k^2(0) - k(0)k_2 r^2 \quad , \quad (2.8)$$

wobei im folgenden immer gelten soll $k(0) = k$. Desweiteren soll für die Lösung nur noch eine transversale Abhängigkeit von r vorhanden sein, wodurch der Operator ∇^2 folgendermaßen ersetzt werden kann:

$$\nabla^2 = \nabla_{transv}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.9)$$

Die gesuchte Lösung der Wellengleichung soll im wesentlichen einer monochromatischen Welle entsprechen, die sich in eine Richtung (hier die z -Richtung) ausbreitet. Deshalb wird im folgenden die Betrachtung auf **eine** transversale Feldkomponente E des elektrischen Feldes reduziert, die nun folgendermaßen dargestellt werden kann:

$$E = \Psi(x, y, z) e^{-ikz} \quad (2.10)$$

Setzt man nun die Näherungen 2.8, 2.9 und 2.10 in Gleichung 2.6 ein und nimmt an, daß die longitudinalen Änderungen von Ψ langsam genug sind, so daß die Terme, die die zweite Ableitung enthalten, vernachlässigt werden können, erhält man schließlich die Differentialgleichung

$$\nabla_{transv}^2 \Psi - 2ik \frac{\partial \Psi}{\partial z} - k k_2 r^2 \Psi = 0 \quad . \quad (2.11)$$

Gaußsche Strahlen in homogenen Medien

Im folgenden werden nur homogene Medien betrachtet, d.h. Medien, in denen sich ϵ nicht ändert, was zur Folge hat, daß in Gleichung 2.11 $k_2 = 0$ ist. Durch diese Annahme läßt sich die Gleichung nun relativ einfach lösen. Wenn man sich auf Lösungen beschränkt, bei denen die Energie auf Bereiche in der Nähe der z -Achse beschränkt ist, erhält man

$$\Psi(z) = e^{-i \int \frac{1}{q(z)} dz + \frac{k}{2q(z)} r^2} \quad (2.12)$$

mit

$$q(z) = q_0 + z \quad . \quad (2.13)$$

Der Parameter $q(z)$, dessen Realteil linear mit der Entfernung z vom Ursprung zunimmt, wird auch als komplexer Krümmungsradius bezeichnet, was anhand der weiter unten stehenden Ergebnisse klar wird. Um physikalisch sinnvolle Lösungen zu erhalten, muß der Anteil q_0 rein imaginär sein. Ersetzt man nun die Integrationskonstante q_0 durch den Ausdruck

$$q_0 = i \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda} \quad (2.14)$$

und setzt das Ergebnis in 2.10 ein, so erhält man schließlich

$$\begin{aligned}
 E(x, y, z) &= E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-i[kz - \eta(z)] - i \frac{kr^2}{2q(z)}} \\
 &= E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-i[kz - \eta(z)] - r^2 \left[\frac{1}{w^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right]} \\
 &= E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-i[kz - \eta(z)] - \frac{2\pi i n}{\lambda} r^2 q(z)} \quad , \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

wobei die folgenden, abkürzenden Schreibweisen verwendet wurden:

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2 n} \right)^2 \right] = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right) \quad (2.16)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2 n}{\lambda z} \right)^2 \right] = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right) \quad (2.17)$$

$$\eta(z) = \arctan \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2 n} \right) = \arctan \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (2.18)$$

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2 n}{\lambda} \quad (2.19)$$

Für den Parameter $q(z)$ ergibt sich damit der Ausdruck

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi n w^2(z)} \quad . \quad (2.20)$$

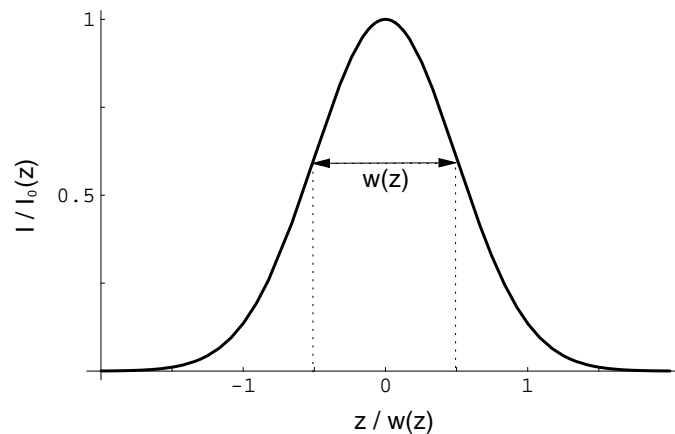


Abbildung 2.1.: Darstellung des Verlaufs der Intensität senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

2. Theoretische Grundlagen

Die hier dargestellte Lösung besitzt in transversaler Richtung ein gaußförmiges Strahlprofil, dessen Breite durch den Parameter $w(z)$ gegeben ist. Geht man von der Darstellung des elektrischen Feldes zur Intensität über, so erhält man für deren typischen Verlauf transversal zur Ausbreitungsrichtung wiederum eine Gaußfunktion $I(z)$, die durch folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$I(z, r) = I_0(z) e^{-\frac{2r^2}{w(z)^2}} \quad (2.21)$$

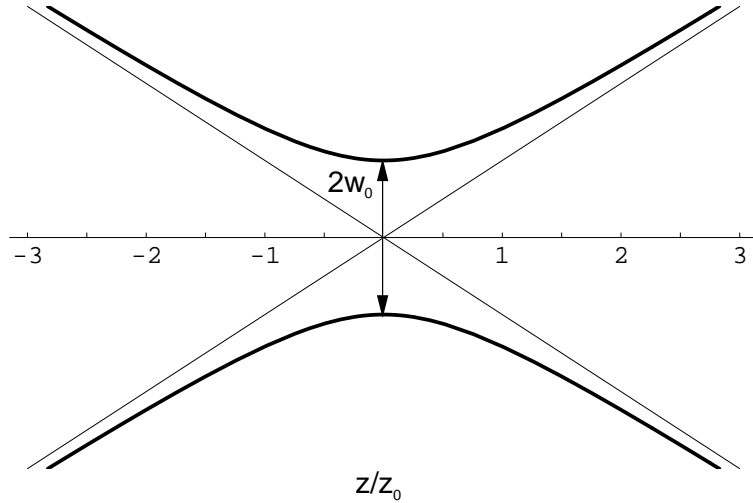


Abbildung 2.2.: Darstellung des typischen Verlaufs der Breite von gaußschen Strahlen. Es läßt sich hierbei gut erkennen, wie sich die Strahlbreite bei zunehmender Entfernung vom Zentrum immer mehr dem von der klassischen Theorie vorhergesagten linearen Anwachsen des Strahldurchmessers annähert.

Dabei stellt $I_0(z)$ die Intensität im Zentrum des Strahlquerschnitts dar. In Abbildung 2.1 ist der typische Verlauf der Intensität eines solchen Strahls dargestellt. Die Breite $w(z)$ wächst dabei gemäß Gleichung 2.16 ausgehend von einer minimalen Strahlbreite w_0 immer weiter an, wobei sie für große Abstände ($z \gg z_0$) linear mit der Entfernung zunimmt, genauso wie man es aus der Strahlenoptik gewohnt ist.

$$w(z) = w_0 \sqrt{\left(1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right)} \stackrel{z \gg z_0}{\approx} \frac{\lambda}{\pi w_0 n} z \quad (2.22)$$

Diesem Verlauf der Strahlbreite entspricht ein Öffnungswinkel des Lichtkegels von

$$\Theta = \arctan\left(\frac{\lambda}{\pi w_0 n}\right) \approx \frac{\lambda}{\pi w_0 n} \quad (2.23)$$

Die Krümmung der Wellenfront wird durch den Parameter $R(z)$ aus Gleichung 2.17 definiert. Sie divergiert im Punkt der minimalen Strahlbreite entsprechend einer ebenen Welle, ändert dort ihr Vorzeichen und durchläuft dann ein Minimum, um mit größer werdendem z wieder gegen Unendlich zu gehen. Für große Abstände ($z \gg z_0$) entspricht die Krümmung der einer Kugelwelle mit Ursprung bei $z = 0$. In den Abbildungen 2.2 und 2.3 sind die typischen Verläufe der Parameter $w(z)$ und $R(z)$ dargestellt.

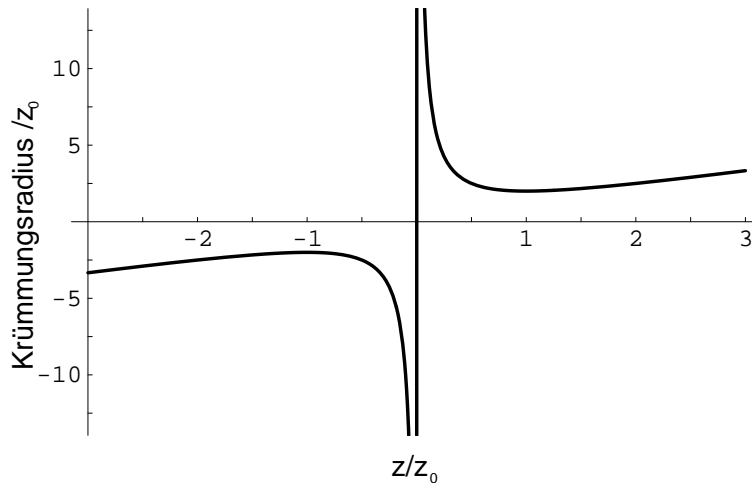


Abbildung 2.3.: Typischer Verlauf des Krümmungsradius bei gaußscher Wellenausbreitung.

Bei der eben durchgeführten Lösung der Wellengleichung wurde nur der einfachste Fall, der eines gaußförmigen Strahlquerschnitts betrachtet. Es zeigt sich allerdings, daß sich aus Gleichung 2.11 auch Lösungen höherer Ordnung ergeben, deren Strahlquerschnitte in x - und y - Richtung durch hermitesche Polynome auf die in der folgenden Gleichung dargestellte Art modifiziert sind:

$$E_{n,m}(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_n \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_m \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \cdot e^{\left(-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)} - i \frac{k(x^2+y^2)}{2R(z)} - ikz + i(m+n+1)\eta \right)} \quad (2.24)$$

Dabei stellen H_m und H_n die hermiteschen Polynome m - bzw. n -ter Ordnung dar, und für die anderen Parameter gelten die in diesem Abschnitt getroffenen Definitionen. Von besonderer Bedeutung sind auch die Lösungen mit elliptischem Strahlprofil, die in x - und y -Richtung unterschiedliche Ausdehnung besitzen, da Laserdioden häufig eine solche Strahlcharakteristik aufweisen. Strahlen mit diesem Profil folgen denselben Gesetzen wie die oben besprochenen, wobei allerdings alle Transformationen getrennt auf die Komponenten in x - und y -Richtung angewendet werden müssen.

Entwicklung von gaußschen Strahlen an Grenzflächen

Beim Übergang von einem Medium in das andere sind die oben getroffenen Überlegungen nicht mehr gültig, da hier eine örtliche Variation des Brechungsindex erfolgt. Dies äußert sich darin, daß der in Gleichung 2.8 eingeführte Parameter $k_2 = \text{const} \neq 0$ ist.¹ Als Lösung erhält man in diesem Fall für den komplexen Krümmungsradius $q(z)$:

$$q(z) = \frac{\cos\left(\sqrt{\frac{k_2}{k}}z\right)q_0 + \sqrt{\frac{k}{k_2}}\sin\left(\sqrt{\frac{k_2}{k}}z\right)}{-\sin\left(\sqrt{\frac{k_2}{k}}z\right)\sqrt{\frac{k_2}{k}}q_0 + \cos\left(\sqrt{\frac{k_2}{k}}z\right)} \quad (2.25)$$

Die verschiedenen Terme in der obigen Gleichung sind identisch mit denen, die sich aus der Strahlenoptik für die Ausbreitung von Licht in einem Medium mit quadratischer Variation des Brechungsindex ergeben. Dadurch läßt sich diese Gleichung auch folgendermaßen darstellen:

$$q_2 = q_1(z + l) = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (2.26)$$

wobei die Parameter A, B, C und D identisch sind mit den Elementen der Strahlmatrix, die sich aus der klassischen Optik ergibt. Dieses Resultat läßt sich nun auf alle Strahlmatrizen anwenden, da sie alle als Spezialfall eines solchen Mediums betrachtet werden können. Daraus ergibt sich, daß der Durchgang eines gaußschen Strahls durch ein komplexes optisches System nun einfach durch Multiplikation der entsprechenden Matrizen aus der klassischen Optik mit nur mehr einem Parameter q beschrieben werden kann.

2.2. Optische Resonatoren

In diesem Abschnitt wird ein kurzer Überblick über die Funktionsweise von optischen Resonatoren und deren charakteristische Parameter gegeben. Dabei wird zuerst auf die Stabilität und den Spezialfall des konfokalen Resonators eingegangen. Anschließend werden die im Resonator gespeicherte Energie und einige charakteristische Größen näher betrachtet.

2.2.1. Geometrie

Ein optischer Resonator besteht aus einer Anordnung von zwei oder mehr Spiegeln, die so ausgerichtet sind, daß das elektrische Feld, das sich im Resonator befindet, ständig zwischen den Spiegeln hin- und herreflektiert wird, so daß sich im Resonator schließlich eine stehende Welle ausbildet². Deren Amplitude hängt vom Phasenunterschied der einzelnen Teilwellen nach jeweils einem kompletten Umlauf ab.

Bei optischen Resonatoren handelt es sich üblicherweise um eindimensionale Systeme

¹In diesem Fall spricht man von einem Medium mit quadratischer Variation des Brechungsindex.

²Außer wenn es sich um einen Ringresonator handelt, bei dem immer laufende Wellen auftreten.

(im Gegensatz z.B. zu Mikrowellenresonatoren), bei denen die elektrischen Felder auf die nähere Umgebung der Verbindungslinien der einzelnen Spiegel beschränkt sind. Aufgrund der dort ausschlaggebenden Welleneigenschaft des Lichts und der Beschränkung auf eine achsennahe Ausbreitung, bietet sich die im vorangegangenen Kapitel dargestellte gaußsche Optik für dieses Problem an. Im weiteren Verlauf dieses Kapitels wird dabei zur Vereinfachung nur noch auf den Fall der linearen Anordnung von zwei Spiegeln mit den Krümmungsradien R_1 und R_2 eingegangen.

Um einen stabilen Resonator zu erhalten, muß man gewährleisten, daß das Licht im Laufe der Zeit den Resonator nicht durch Aufweiten des Strahldurchmessers verlassen kann. Um dies zu untersuchen, betrachtet man die Strahlmatrix für n Umläufe:

$$\begin{pmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^n \quad (2.27)$$

Dabei stellt (A, B, C, D) die Matrix für einen Durchlauf durch den Resonator dar. Berechnet man nun die n -te Potenz dieser Matrix, so erhält man für die einzelnen Matrixkomponenten:

$$A_n = \frac{A \sin(n\theta) - \sin([n-1]\theta)}{\sin \theta} \quad (2.28)$$

$$B_n = \frac{B \sin(n\theta)}{\sin \theta} \quad (2.29)$$

$$C_n = \frac{C \sin(n\theta)}{\sin \theta} \quad (2.30)$$

$$D_n = \frac{D \sin(n\theta) - \sin([n-1]\theta)}{\sin \theta} \quad (2.31)$$

Der zur kürzeren Schreibweise eingeführte Winkel θ ist dabei durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$\cos \theta = \frac{1}{2}(A + D) \quad (2.32)$$

Als Bedingung dafür, daß der Strahl zwischen den Spiegeln eingeschlossen bleibt, erhält man hieraus, daß der Winkel θ reell sein muß, da sonst die Sinus- und Cosinusfunktionen beliebig wachsen können. Aus dieser Bedingung ergibt sich schließlich folgende einfache Ungleichung für einen linearen Resonator mit Spiegelabstand d :

$$0 \leq \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right) \leq 1 \quad (2.33)$$

Diese Ungleichung müssen alle optischen Resonatoren, die aus zwei Spiegeln bestehen erfüllen, um einen stabilen Resonatorbetrieb zu gewährleisten. In Abbildung 2.4 ist diese Bedingung grafisch dargestellt, wobei die hellen Flächen die instabilen Regionen kennzeichnen, wohingegen die schraffierten Bereiche die stabilen Resonatoren charakterisieren.

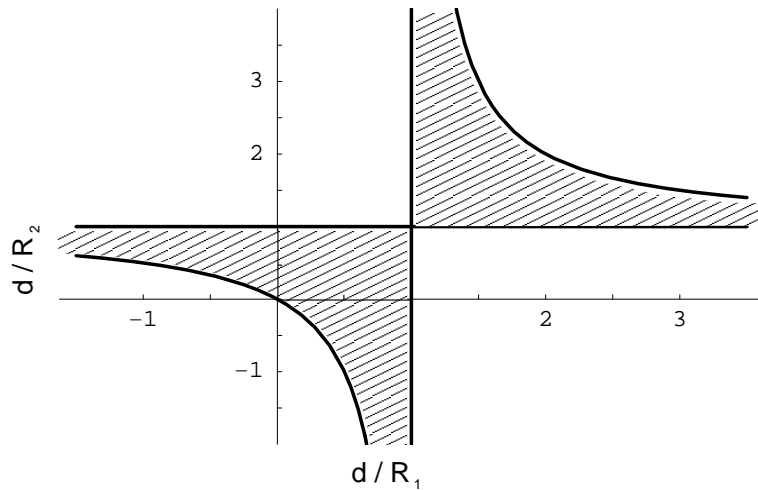


Abbildung 2.4.: Stabilitätsdiagramm von optischen Resonatoren. Die schraffierten Bereiche kennzeichnen die Regionen in denen ein stabiler Resonatorbetrieb möglich ist.

Das Stabilitätskriterium aus Gleichung 2.33 wird am einfachsten dadurch erfüllt, daß die Welle von jedem Spiegel genau in sich zurückreflektiert wird, was für gaußsche Strahlen zu der Bedingung führt, daß die Krümmungsradien der Welle an den Spiegeloberflächen genau mit denen der Spiegel übereinstimmen müssen. Aus dieser Bedingung läßt sich dann, bei vorgegebener Spiegelkrümmung, die minimale Strahlbreite durch geeignete Wahl der Resonatorlänge einstellen.

2.2.2. Konfokaler Resonator

Eine auf einen optischen Resonator einfallende Welle kann dort eine Vielzahl von transversalen Moden anregen, die im Transmissionsspektrum beobachtet werden können. Diese Moden werden unter anderem durch gaußsche Strahlen höherer Ordnung, die durch die Parameter n und m gekennzeichnet sind, beschrieben. Im Normalfall besitzt also jeder Resonator beim Einfall einer monochromatischen Welle einen definierten Kamm an unterschiedlichen transversalen Moden, die in diesem resonant werden können.

Ein besonderer Fall tritt dann auf, wenn der Abstand der beiden Spiegel gleich deren Krümmungsradius ist, wobei man von einem konfokalen Resonator spricht. In diesem Fall fallen jeweils alle Resonanzen von transversalen Moden mit einem geraden bzw. einem ungeraden Wert von $m + n$ zusammen, so daß innerhalb eines freien Spektralbereichs (siehe Abschnitt 2.2.4) im Transmissionsspektrum nur noch zwei Maxima erkennbar sind.

2.2.3. Intensität im Resonator

In vielen Anwendungen, in denen optische Resonatoren verwendet werden, nutzt man aus, daß die Intensität des im Resonator gespeicherten Feldes die des äußeren Feldes um ein Vielfaches übertreffen kann. Dieses auf den ersten Blick nicht sehr einleuchtende Phänomen wird nun im folgenden genauer untersucht[15], wobei wir uns zur Vereinfachung auf eine Polarisationsrichtung beschränken. Betrachtet man die Amplitude des

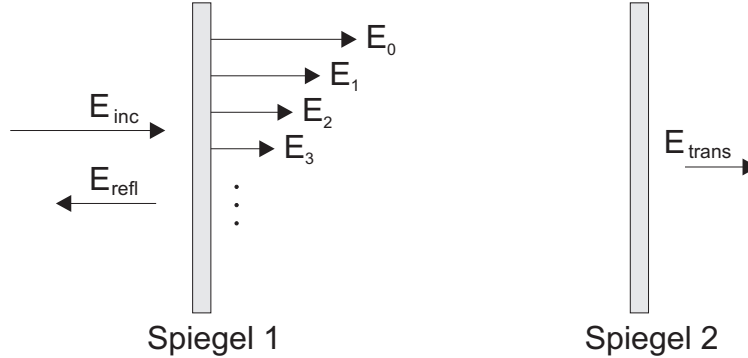


Abbildung 2.5.: Darstellung der einzelnen umlaufenden Felder E_k (siehe Text) im Resonator, die sich zum Gesamtfeld E_{M1} addieren. Die Amplitude der einzelnen Felder nimmt mit zunehmender Anzahl von Umläufen aufgrund von Absorptions- oder Streuverlusten und durch an den Spiegeln austretende Anteile ständig ab.

elektrischen Feldes E_{M1} am ersten Spiegel, so erhält man diese durch Aufsummieren aller Felder E_k mit dem jeweiligen Phasenfaktor ϕ , wobei

$$\phi = 2dn\omega/c \quad (2.34)$$

die Phasenverschiebung nach einem kompletten Umlauf (hin und zurück), n den Brechungsindex des Mediums im Resonator und d den Abstand der beiden Spiegel darstellt. E_k gibt dabei die Amplitude des Feldes nach k Umläufen im Resonator an. Damit ergibt sich schließlich für das Feld E_{M1} :

$$E_{M1} = \sum_k E_k e^{ik\phi} \quad (2.35)$$

Für die einzelnen Amplituden E_k gilt:

$$E_0 = \sqrt{T_1} E_{inc} \quad (2.36)$$

$$E_k = E_0 (\sqrt{R_1} \sqrt{R_2})^k e^{-ik\phi} e^{-k2d\alpha/2} \quad (2.37)$$

wobei E_{inc} die Amplitude des auf den Resonator einfallenden Feldes ist und R_i (bzw. T_i) die Reflexionskoeffizienten (bzw. Transmissionskoeffizienten) der Spiegel bezüglich

2. Theoretische Grundlagen

der Intensität darstellen. Alle möglichen Arten von Verlusten (wie z.B. Absorption und Streuung an den Spiegeln oder anderen optischen Komponenten), die während eines kompletten Umlaufs auftreten, werden durch den Parameter α beschrieben.

Setzt man nun diese Ausdrücke in Gleichung 2.35 ein, so erhält man eine einfache geometrische Reihe, woraus sich schließlich für E_{M1} folgender Ausdruck ergibt:

$$E_{M1} = \frac{\sqrt{T_1} E_{inc}}{1 - \sqrt{R_1} \sqrt{R_2} e^{-i\phi} e^{-\alpha d}} \quad (2.38)$$

Analog dazu erhält man für das Feld E_{M2} am zweiten Spiegel

$$E_{M2} = \frac{\sqrt{T_1} E_{inc} e^{i\phi/2} e^{-\alpha/2}}{1 - \sqrt{R_1} \sqrt{R_2} e^{-i\phi} e^{-\alpha d}} \quad (2.39)$$

Daraus läßt sich nun der Bruchteil T der vom gesamten Resonator transmittierten Leistung berechnen:

$$T = \frac{|\sqrt{T_2} E_{M2}|^2}{|E_{inc}|^2} \quad (2.40)$$

$$= \frac{T_1 T_2 e^{-\alpha d}}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2} e^{-\alpha d}]^2 + 4(R_1 R_2)^{1/2} e^{-\alpha d} \sin^2 \frac{\phi}{2}} \quad (2.41)$$

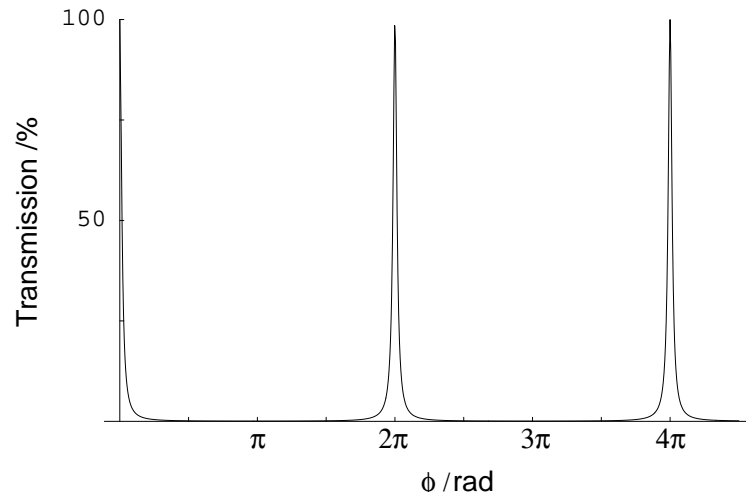


Abbildung 2.6.: Transmission T durch einen Resonator mit den Spiegelreflektivitäten $R_1 = R_2 = 0,95$. Es zeigen sich hierbei scharfe Transmissionsmaxima für die Fälle $\phi = 2\pi m$ ($m = 0, 1, 2, \dots$), die der Resonanzbedingung für stehende Wellen genügen.

Unter Vernachlässigung der Absorption ($\alpha = 0$) ergibt sich daraus für die Transmission T und die Reflexion R des Resonators

$$T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2 + 4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \frac{\phi}{2}} \quad (2.42)$$

$$R = \frac{R_1 - 2(R_1 R_2)^{1/2} \cos \phi + R_2}{1 - 2(R_1 R_2)^{1/2} \cos \phi + R_1 R_2} \quad (2.43)$$

Diese Parameter erfüllen den Energieerhaltungssatz $T + R = 1$, der für vernachlässigbare Absorption gelten muß. In Abbildung 2.6 ist die Transmission des Resonators in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung ϕ aufgezeichnet. Es zeigt sich dabei, daß, ob-

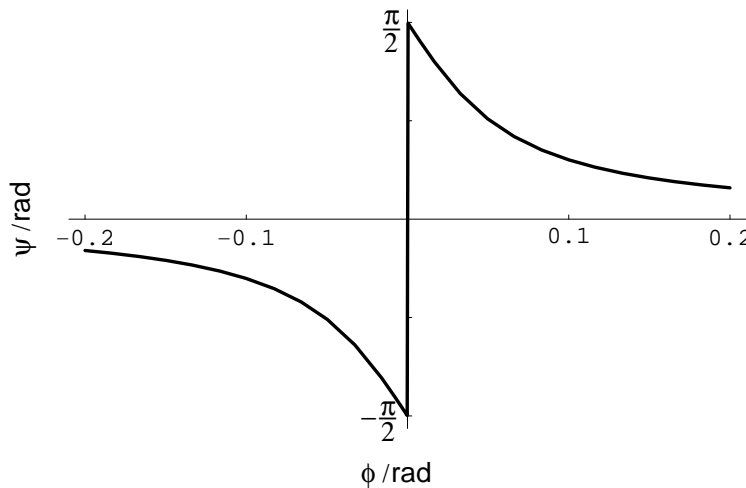


Abbildung 2.7.: Phasenänderung ψ bei Reflexion für die Spiegelreflektivitäten $R_1 = R_2 = 0,95$. Auffällig ist der plötzliche Phasensprung der vom Resonator reflektierten Welle an der Stelle der Resonanz.

wohl beide Einzelspiegel eine hohe Reflektivität besitzen, die Transmission durch den Resonator im Resonanzfall ($\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$) bei gleichen Spiegelreflektivitäten sogar 100% erreichen kann, d.h. das gesamte Licht, das auf den Resonator trifft, kann ungehindert durch die beiden Spiegel hindurchtreten. Dieses Verhalten läßt sich dadurch erklären, daß in diesem Fall das reflektierte Feld und das durch den Einkoppelspiegel aus dem Resonator austretende Feld gleich groß und zueinander um 180° phasenverschoben sind, wodurch sie sich gegenseitig auslöschen und damit die Reflexion gleich Null wird. Dies hat nun wiederum aufgrund des Energieerhaltungssatzes zur Folge, daß das gesamte Licht durch den Resonator transmittiert werden muß, was bei einem Endspiegel mit hoher Reflexion nur dann möglich ist, wenn im Inneren des Resonators eine entsprechend hohe Feldstärke existiert. Nach einer gewissen Einschwingzeit baut sich also in einem optischen Resonator ein starkes Feld auf, das das ursprüngliche Feld um

ein Vielfaches übertreffen kann. Eine genaue Betrachtung der Feldüberhöhung wird im nächsten Abschnitt durchgeführt.

Aus Gleichung 2.38 läßt sich ein Ausdruck für die relative Phase zwischen der am Einkoppelspiegel reflektierten und der einfallenden Welle herleiten. Man erhält dabei für die Phasenänderung des Lichts bei Reflexion am Resonator:

$$\tan \psi = \frac{R_1^{1/2} \sin \phi - R_1 R_2^{1/2} \sin \phi}{R_1^{1/2} - R_2^{1/2} (1 + R_1) \cos \phi + R_1^{1/2} R_2} \quad (2.44)$$

In Abbildung 2.7 ist diese Phasenänderung gegen den Phasenwinkel ϕ aufgetragen. Von besonderem Interesse ist dabei, daß diese Phasenänderung bei Resonanz einen scharfen Nulldurchgang besitzt, der sich gut dazu eignet, den Resonator auf Resonanz (siehe Kapitel 5) zu stabilisieren.

Bestimmung der Intensitätsüberhöhung im Resonator

Das Problem in vielen praktischen Anwendungen besteht oft darin, die Intensität im Resonator zu bestimmen, da diese nicht direkt gemessen werden kann. Für die verschiedenen Felder am Einkoppelspiegel gilt dabei der folgende einfache Zusammenhang, der durch Abbildung 2.8 veranschaulicht wird:

$$\begin{pmatrix} E_{R1} \\ E_{refl} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{T_1} & \sqrt{R_1} \\ -\sqrt{R_1} & \sqrt{T_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0 \\ E_{R2} \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

Beschränkt man sich desweiteren auf den Fall der Resonanz, so ist die Phasenverschie-

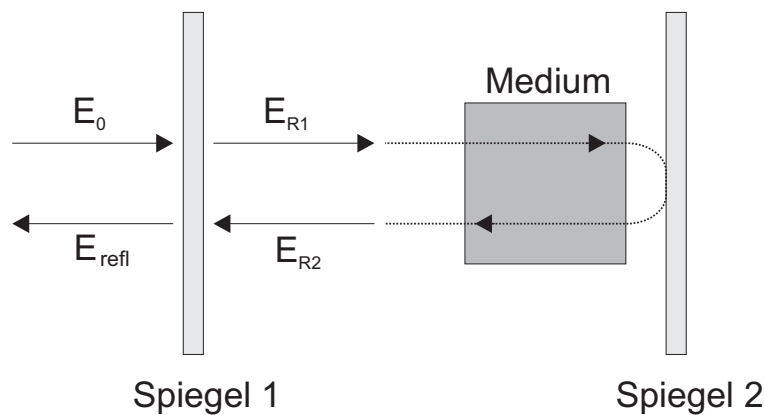


Abbildung 2.8.: Darstellung der verschiedenen Felder am Einkoppelspiegel. Das ankommende Feld E_0 wird zum Teil reflektiert und bildet schließlich mit dem aus dem Resonator austretenden Anteil von E_{R2} die Amplitude des reflektierten Lichts.

bung $\Delta\phi$ zwischen den beiden Feldern E_{R1} und E_{R2} gleich Null und es ergibt sich unter der Annahme, daß für die gesamten Verluste durch Absorption oder Streuung das im Resonator befindliche Medium und nicht die Spiegel verantwortlich sind,

$$E_{R2} = E_{R1} e^{-\alpha d} \sqrt{R_2} \quad . \quad (2.46)$$

Daraus läßt sich schließlich ein Ausdruck herleiten, mit dessen Hilfe bei bekannter Absorptionskonstante α die im Resonator vorhandene Leistung bestimmt werden kann:

$$\frac{I_{R2}}{I_0} = \left(\frac{e^{-\alpha d} \sqrt{R_2} \sqrt{T_1}}{1 - e^{-\alpha d} \sqrt{R_2} \sqrt{R_1}} \right)^2 \quad (2.47)$$

2.2.4. Charakteristische Parameter von Resonatoren

Zur Beschreibung von Resonatoren verwendet man oft physikalische Größen, die sich aus Anwendungen in der Spektroskopie ableiten und die in den folgenden Abschnitten definiert werden.

Freier Spektralbereich

Ist in einem Resonator nur eine transversale Mode resonant, so treten nur bei wenigen, bestimmten Spiegelabständen Transmissionsmaxima auf. Sind im einfallenden Licht allerdings zwei Anteile mit verschiedenen Frequenzen enthalten, so führt dies dazu, daß nun doppelt so viele Transmissionsmaxima zu sehen sind. Der Frequenzunterschied der beiden Felder kann nur dann eindeutig bestimmt werden, wenn er eine bestimmte Größe nicht übersteigt. Betrachtet man die Gleichung 2.34, so erkennt man, daß dies genau dann der Fall ist, wenn ihr Frequenzunterschied kleiner als $\Delta\nu$ ist, das durch folgende Gleichung definiert ist:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nd} \quad (2.48)$$

Der Parameter $\Delta\nu$ wird aus diesem Grund auch als **freier Spektralbereich** des Resonators bezeichnet.

Finesse

Anhand von Gleichung 2.41 läßt sich die Halbwertsbreite $\nu_{1/2}$ der Transmissionslinien bestimmen. Diese Breite wird auch als Auflösungsvermögen des Resonators bezeichnet und man erhält dafür mit Hilfe von Gleichung 2.48:

$$\nu_{1/2} = \frac{\Delta\nu}{F} \quad (2.49)$$

Der im allgemeinen als **Finesse** des Resonators bezeichnete Parameter F ist definiert durch

$$F = \frac{\pi [(R_1 R_2)^{1/2} e^{-\alpha d}]^{1/2}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2} e^{-\alpha d}} \quad . \quad (2.50)$$

Die Finesse gibt an, wie gut das Auflösungsvermögen des Resonators ist. Je größer die Finesse F , umso kleinere Frequenzunterschiede können mit diesem Resonator gemessen werden.

Lebenszeit

Nimmt man an, daß sich zum Zeitpunkt $t = 0$ eine bestimmte Energie im Resonator befindet, so wird die im Resonator umlaufende Leistung im Laufe der Zeit immer kleiner werden, wobei die Abnahme einem exponentiellen Gesetz gehorcht:

$$I(t) = I_0 e^{t/\tau} \quad (2.51)$$

Dabei wird der Parameter τ als **Lebenszeit** bezeichnet. Berücksichtigt man, daß nach einem Umlauf im Resonator die Intensität auf $I_0 R_1 R_2 e^{-2\alpha d}$ abgesunken sein muß, so erhält man:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{c}{2nd} (2\alpha d - \ln(R_1 R_2)) \quad (2.52)$$

Der Begriff Lebenszeit läßt sich im Photonenbild anschaulich beschreiben, da er dort die mittlere Aufenthaltsdauer eines Photons im Resonator beschreibt. Im Falle geringer Absorption und großer Spiegelreflektivitäten läßt sich Gleichung 2.52 folgendermaßen vereinfachen:

$$\frac{1}{\tau} = 2\pi \Delta\nu_{1/2} \quad (2.53)$$

2.3. Nichtlineare Optik

In diesem Abschnitt wird nun genauer auf nichtlineare optische Prozesse eingegangen, wobei zuerst die grundlegenden Gleichungen hergeleitet werden, mit deren Hilfe die Frequenzverdopplung und dabei auftretende Effekte erläutert werden. Danach werden die spontane parametrische Fluoreszenz und ihre Einsatzmöglichkeiten bei der Erzeugung von verschränkten Photonen besprochen.

2.3.1. Wechselwirkung verschiedener Felder

Wechselwirkung von elektromagnetischen Feldern mit Materie führt immer zu einer Erzeugung (oder Ausrichtung) von elektrischen Dipolen, die sich makroskopisch in einer veränderten Polarisation des Mediums bemerkbar macht. In linearen Medien oder bei kleinen Feldern ändert sich diese Polarisation proportional zur anliegenden Feldstärke. Bei größeren Feldstärken ist die erzeugte Polarisation des Mediums dem anliegenden Feld nicht mehr proportional und es treten nichtlineare Effekte auf. Zum Verständnis dieser Vorgänge wird nun ausgehend von den Maxwellgleichungen eine kurze Herleitung

der im folgenden benötigten Gleichungen für Effekte einschließlich zweiter Ordnung dargestellt³[16][14]:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \quad (2.54)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \vec{H}) \quad (2.55)$$

Der Parameter \vec{j} stellt dabei die Stromdichte dar. Die Polarisation \vec{P} wird in einen linearen und einen nichtlinearen Anteil aufgespalten,

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_L \vec{E} + \vec{P}_{NL} \quad (2.56)$$

wobei zur Vereinfachung die lineare Suszeptibilität χ_L als Skalar aufgefaßt wird und bei der nichtlinearen Polarisation \vec{P}_{NL} nur Terme zweiter Ordnung betrachtet werden, so daß für die einzelnen Komponenten von \vec{P}_{NL} gilt:

$$(P_{NL})_i = 2d_{ijk} E_j E_k \quad (2.57)$$

Dabei stellt d_{ijk} den nichtlinearen Tensor dar und es gilt die Summenkonvention, daß über gleichnamige Indizes summiert wird. Für den Zusammenhang des nichtlinearen Tensors mit der ebenfalls oft verwendeten nichtlinearen Suszeptibilität χ_{ijk} gilt dabei

$$d_{ijk} = \epsilon_0 \frac{1}{2} \chi_{ijk} \quad . \quad (2.58)$$

Wendet man den Operator $\nabla \times$ auf beide Seiten von Gleichung 2.55 an und setzt die Gleichungen 2.54 und 2.57 ein, so erhält man schließlich

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad . \quad (2.59)$$

Dabei stellt σ die elektrische Leitfähigkeit des Mediums dar und ϵ ist durch $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi_L)$ gegeben. Im folgenden beschränken wir uns auf drei Frequenzen ω_1 , ω_2 und ω_3 , für die $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ gilt, und betrachten nur Veränderungen der einzelnen Felder in z-Richtung. Für die Polarisationskomponenten E_i der einzelnen Felder macht man den Ansatz

$$E_i^{\omega_n}(z, t) = \frac{1}{2}(E_{ni}(z)e^{i(\omega_n t - k_n z)} + c.c.) \quad . \quad (2.60)$$

Unter der Annahme, daß die Felder sich in z-Richtung nur langsam ändern ($k_n \frac{dE_{ni}}{dz} \gg \frac{d^2 E_{ni}}{dz^2}$), und dadurch, daß Gleichung 2.60 für alle Frequenzen separat erfüllt sein muß,

³Effekte zweiter Ordnung können nur bei Medien ohne Inversionssymmetrie auftreten. Besitzt ein Medium Inversionssymmetrie, so treten bei diesem nur die wesentlich schwächeren Effekte dritter oder höherer Ordnung auf.

2. Theoretische Grundlagen

erhält man schließlich ein System gekoppelter Differentialgleichungen, die die nichtlineare Wechselwirkung beschreiben:

$$\frac{dE_{1i}}{dz} = -\frac{\sigma_1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} E_{1i} - i \frac{\omega_1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} d_{ikj} E_{3k} E_{2j}^* e^{-i\Delta k z} \quad (2.61)$$

$$\frac{dE_{2j}}{dz} = -\frac{\sigma_2}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} E_{2j} - i \frac{\omega_2}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} d_{jki} E_{3k} E_{1i}^* e^{-i\Delta k z} \quad (2.62)$$

$$\frac{dE_{3k}}{dz} = -\frac{\sigma_3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}} E_{3k} - i \frac{\omega_3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}} d_{kij} E_{1i} E_{2j} e^{i\Delta k z} \quad (2.63)$$

Dabei ist Δk gegeben durch

$$\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 \quad . \quad (2.64)$$

Diese Gleichungen gelten für alle Arten von nichtlinearen Prozessen bei denen drei Wellen beteiligt sind. Dabei beschreibt der erste Term auf der linken Seite jeweils die Erzeugung von elektrischen Strömen, was einen Verlustmechanismus darstellt. Betrachtet man nur transparente Medien, in denen keine Absorptionsverluste auftreten, so vereinfachen sich diese Gleichungen demnach zu folgenden Ausdrücken:

$$\frac{dE_{1i}}{dz} = -i \frac{\omega_1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} d_{ikj} E_{3k} E_{2j}^* e^{-i\Delta k z} \quad (2.65)$$

$$\frac{dE_{2j}}{dz} = -i \frac{\omega_2}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} d_{jki} E_{3k} E_{1i}^* e^{-i\Delta k z} \quad (2.66)$$

$$\frac{dE_{3k}}{dz} = -i \frac{\omega_3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}} d_{kij} E_{1i} E_{2j} e^{i\Delta k z} \quad (2.67)$$

Aus diesen gekoppelten Differentialgleichungen kann man schließlich noch die folgende Gleichung erhalten:

$$\frac{1}{\omega_1} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} |E_1|^2 \right) = \frac{1}{\omega_2} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_0}} |E_2|^2 \right) = -\frac{1}{\omega_3} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{\frac{\epsilon_3}{\mu_0}} |E_3|^2 \right) \quad (2.68)$$

In dieser Form lassen sich die Gleichungen einfach als Änderung der Photonenzahl in den verschiedenen Feldern interpretieren. So ist also die Erzeugung eines Photons der Frequenz ω_2 mit der Erzeugung eines Photons der Frequenz ω_1 und der Vernichtung eines Photons der Frequenz ω_3 verbunden.

Im nächsten Kapitel werden diese Gleichungen auf den Fall der Erzeugung der zweiten Harmonischen eines Lichtfeldes angewandt.

2.3.2. Frequenzverdopplung

Unter den nichtlinearen Prozessen ist die Erzeugung der zweiten Harmonischen (die auch als Frequenzverdopplung bezeichnet wird) eine verbreitete Anwendung. Dabei wird ein Pumpstrahl in einen nichtlinearen Kristall geschickt, in dem dann Licht mit der doppelten Frequenz entsteht. Im folgenden Abschnitt ist eine kurze Herleitung der zum Verständnis benötigten Gleichungen dargestellt. Anschließend wird noch genauer auf die Probleme der Phasenanpassung und die bei höheren Leistungen auftretenden Effekte eingegangen.

Prinzip

Die Frequenzverdopplung stellt einen Spezialfall der oben besprochenen Prozesse dar, bei dem ein und dasselbe Lichtfeld mit Frequenz ω ein Feld der Frequenz 2ω erzeugt. Nimmt man nun an, daß das Medium bei den untersuchten Frequenzen transparent ist, so erhält man mit der Konvention $\omega = \omega_1 = \omega_2 = \omega_3/2$ die folgenden zwei Gleichungen:

$$\frac{dE_{\omega i}}{dz} = -i\frac{\omega}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{\omega}}}d_{ikj}E_{2\omega k}E_{\omega j}^*e^{-i\Delta k z} \quad (2.69)$$

$$\frac{dE_{2\omega k}}{dz} = -i\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{2\omega}}}d_{kij}E_{\omega i}E_{\omega j}e^{i\Delta k z} \quad (2.70)$$

Zur weiteren Vereinfachung geht man jetzt von dem Fall aus, daß die Verringerung der Pumpintensität mit z vernachlässigbar ist ($\frac{dE_{\omega i}}{dz} = 0$), wodurch von den beiden Gleichungen nur noch Gleichung 2.70 von Interesse ist. Beschränkt man sich desweiteren beim Pumpstrahl und beim frequenzverdoppelten Strahl auf eine Polarisation, so erhält man durch Integration dieser Gleichung über die Kristalllänge L den folgenden Ausdruck:

$$E_{2\omega k}(L) = -\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{2\omega}}}d \cdot E_{\omega}^2 \frac{e^{i\Delta k L} - 1}{\Delta k} \quad (2.71)$$

Dabei wurde der nichtlineare Koeffizient d_{kij} durch den effektiven, für diese Polarisationsrichtungen geltenden Koeffizienten d ersetzt[16]. Die Intensität des frequenzverdoppelten Lichts ist definiert durch

$$I_{2\omega} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_{2\omega}}{\mu_0}}E_{2\omega}E_{2\omega}^* \quad (2.72)$$

Setzt man nun Gleichung 2.71 in diese Definition ein, so erhält man für die Intensität der erzeugten zweiten Harmonischen schließlich:

$$I_{2\omega} = 2\left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\right)^{3/2} \frac{\omega^2 d^2 \cdot L^2}{n_{\omega}^2 n_{2\omega}} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}\Delta k L\right)}{\left(\frac{1}{2}\Delta k L\right)^2} \cdot I_{\omega}^2 \quad (2.73)$$

Der vorletzte Term in Gleichung 2.73 stellt die sogenannte Phasenanpassungsbedingung dar und ist im optimalen Fall gleich Eins. Eine genauere Betrachtung dieses Terms wird

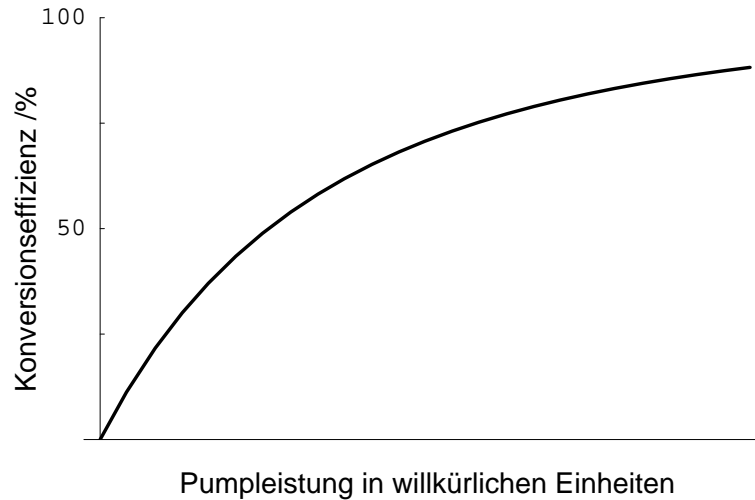


Abbildung 2.9.: In diesem Bild ist die Konversionseffizienz gegenüber der Pumpleistung aufgetragen. Mit zunehmender Pumpleistung nimmt der Anstieg in der Konversionseffizienz ab und diese strebt immer mehr dem Wert Eins und damit der vollständigen Umwandlung des Pumplichts in die zweite Harmonische entgegen.

im folgenden Abschnitt durchgeführt. An dieser Gleichung fällt auf, daß die Intensität des erzeugten frequenzverdoppelten Lichts vom Quadrat der Intensität des Pumplichts abhängt, woran man erkennen kann, daß für diese Prozesse hohe Pumpleistungen oder kleine Strahlquerschnitte nötig sind, um möglichst hohe Intensitäten der zweiten Harmonischen zu erzielen. Natürlich ist in diesem Fall die Annahme, daß die Intensität des Pumplichts über die Kristalllänge nicht abnimmt, nicht mehr gegeben, und man muß die Gleichungen 2.69 und 2.70 exakt lösen. Als Ergebnis dieser Berechnung erhält man im Falle einer optimalen Phasenanpassung $\Delta k = 0$ für die Konversionseffizienz folgendes Ergebnis[16]:

$$\frac{I_{2\omega}}{I_{\omega}} = \tanh^2 \left(\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{2\omega}}} \omega L d \cdot E_{\omega}(0) \right) \quad (2.74)$$

Dieser Wert gibt an, wieviel Prozent der einfallenden Energie des Pumplichts in das frequenzverdoppelte Licht umgewandelt werden. Diese Funktion nimmt am Anfang linear zu, ihre Steigung wird aber mit zunehmender Pumpintensität immer flacher und strebt wie in Abbildung 2.9 dargestellt dem Wert 100% entgegen.

Phasenanpassung

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die Gleichungen, die die Umwandlung vom Pumplicht in die zweite Harmonische beschreiben, dargestellt. Dabei ist in Gleichung 2.73 der Faktor

$$\frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}\Delta kL\right)}{\left(\frac{1}{2}\Delta kL\right)^2} \quad (2.75)$$

aufgetreten, der in Abbildung 2.10 grafisch dargestellt ist. Es zeigt sich, daß dieser Fak-

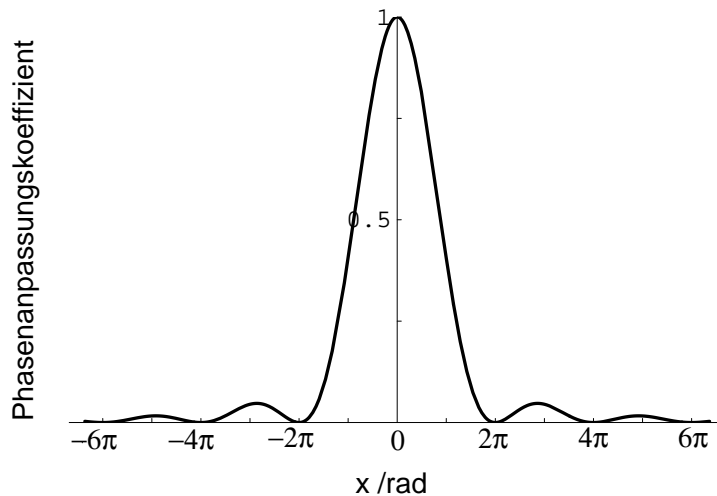


Abbildung 2.10.: Darstellung des Phasenanpassungsfaktors (mit $x = \frac{\Delta kL}{2}$). Auffallend ist der schnelle Abfall bei geringen Abweichungen vom zentralen Maximum.

tor nur im Fall $\Delta kL = 0$ den maximalen Wert Eins annimmt und für alle anderen Werte schnell abfällt. Die physikalische Ursache für diesen Faktor liegt darin, daß im Falle $\Delta k = 0$ die Pumpwelle und die erzeugte zweite Harmonische an jeder Stelle im Kristall dieselbe Phase besitzen, so daß die Interferenz der gerade erzeugten zweiten Harmonischen mit der zuvor erzeugten immer konstruktiv ist. Ist $\Delta k \neq 0$, so ist dies je nach Abweichung nur noch während einer kleinen Länge l , die auch Kohärenzlänge genannt wird, der Fall. Ist der Kristall länger als diese Kohärenzlänge, so kommt es nach dem Durchlaufen der Stecke l zu destruktiver Interferenz, die zu einer Umkehrung des Prozesses führt und damit die Intensität des frequenzverdoppelten Lichts verringert.

Für eine effiziente Frequenzverdopplung ist es also notwendig, daß ΔkL möglichst klein wird, wobei natürlich die Verringerung der Kristalllänge keine Lösung des Problems darstellt, da die Konversionseffizienz mit steigender Länge stark anwächst. Δk ist dabei durch folgenden Ausdruck definiert:

$$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} = \frac{2\omega}{c}(n_{2\omega} - n_{\omega}) \quad (2.76)$$

Das Problem liegt nun darin, daß der Brechungsindex in einem Material von der Wellenlänge abhängig ist und somit im Normalfall ein Unterschied in der Größenordnung von einem Prozent zwischen den beiden Brechungsindizes vorhanden ist. Das reicht aus, um die Konversionseffizienz nahezu auf Null zu reduzieren. Um dies zu vermeiden muß dafür gesorgt werden, daß die Brechungsindizes für die beiden Wellenlängen identisch sind.

Dazu kann man die in allen nichtlinearen Kristallen vorhandene Doppelbrechung ausnutzen. Der dabei verwendete Effekt ist der, daß in diesen Kristallen der Brechungsindex des außerordentlichen Strahls vom Winkel zwischen der Ausbreitungsrichtung und der Lage der optischen Achse abhängt, während der Brechungsindex des ordentlichen Strahls davon nicht beeinflußt wird. Dadurch kann man nun diesen Winkel so einstellen, daß die Brechungsindizes für beide Wellenlängen gleich groß sind⁴.

Eine andere Methode - die sogenannte "nicht-kritische Phasenanpassung" - kann verwendet werden, wenn einer der Brechungsindizes für die verschiedenen Polarisationen einen sich stark mit der Temperatur ändernden Wert besitzt. In diesem Fall muß die Temperatur des Kristalls so gewählt werden, daß die Brechungsindizes für beide Strahlen gleich groß werden.

Frequenzverdopplung mit Gaußstrahlen

Nach den in diesem Kapitel hergeleiteten Gleichungen für die Frequenzverdopplung ist die Konversionseffizienz (zumindest für kleine Intensitäten) proportional zum Quadrat der Pumpintensität.

Diese für ebene Wellen getroffene Aussage ist für Lichtstrahlen, die dem gaußschen Ausbreitungsgesetz folgen, mit Vorsicht zu handhaben, da sich bei diesen das folgende Problem ergibt:

Um möglichst hohe Intensitäten zu erreichen, muß der Lichtstrahl möglichst stark fokussiert werden, was allerdings eine starke Divergenz zur Folge hat, so daß schon nach sehr kurzen Strecken der Strahl so breit geworden ist, daß die Konversionseffizienz stark absinkt. Man muß hier also einen Kompromiß zwischen starker Fokussierung und trotzdem möglichst schwacher Divergenz anstreben. Führt man eine exakte Analyse dieses Problems durch[17], so erhält man als Bedingung für eine optimale Konversionseffizienz:

$$L = 5,68z_0 \quad (2.77)$$

Dabei ist L die Länge des Kristalls und z_0 die durch Gleichung 2.19 definierte Rayleighlänge des verwendeten Pumpstrahls. Der Punkt der minimalen Strahlbreite sollte in diesem Fall natürlich im Zentrum des Kristalls sitzen.

⁴Dieses Verfahren wird auch als "kritische Phasenanpassung" bezeichnet

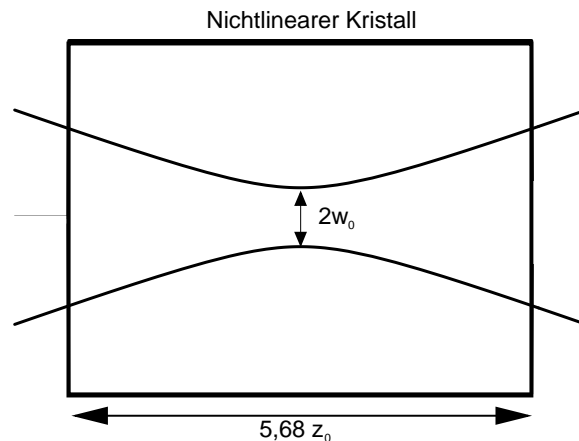


Abbildung 2.11.: Darstellung eines Gaußstrahls mit optimierter Strahlbreite. In der Abbildung ist gut zu erkennen, daß innerhalb des Kristalls nur eine geringe Aufweitung des Strahls gegeben ist.

2.3.3. Effekte bei großen Leistungen

Um bei der Frequenzverdopplung möglichst hohe Konversionseffizienzen zu erzielen, ist eine hohe Pumpintensität notwendig, da die Intensität der erzeugten zweiten Harmonischen quadratisch von dieser abhängt (siehe Kapitel 2.3.2). Um dies zu erreichen, benötigt man entweder Pumplaser mit hohen Leistungen oder, falls diese nicht zur Verfügung stehen, einen optischen Resonator für das Pumplicht um den Kristall, wodurch sich dessen Intensität wesentlich erhöhen läßt. Mit größer werdenden Konversionseffizienzen werden dabei allerdings in dem Resonator eine Reihe weiterer Effekte sichtbar, die die Konversion des Pumplichts empfindlich stören können. Mittlerweile gibt es eine Vielzahl von möglichen Resonatorgeometrien, wobei sich diese Betrachtung hier auf den einfachsten Fall einer linearen Anordnung von Spiegeln und Kristall beschränkt. Durch diese Beschränkung stehen im wesentlichen noch die zwei in Abbildung 2.12 dargestellten Möglichkeiten zur Verfügung.

Diese beiden Arten unterscheiden sich dadurch, ob der zweite Spiegel für das frequenzverdoppelte Licht durchlässig ist oder nicht. Je nachdem wird das ausgekoppelte Licht nur durch die in eine Richtung oder durch die in beide Richtungen laufende Pumpwelle erzeugt. Dabei ist natürlich der letztere Fall der interessantere, da dort aufgrund der größeren "Kristalllänge" eine wesentlich höhere Konversionseffizienz auftritt. Bei diesen Anordnungen können allerdings eine Reihe störender Effekte auftreten, von denen jetzt exemplarisch zwei besprochen werden.[18]

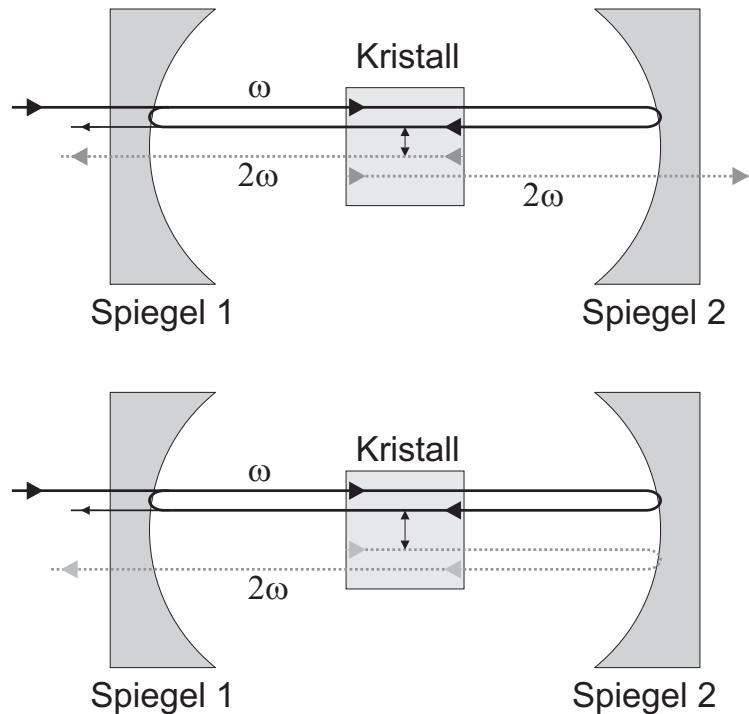


Abbildung 2.12.: Hier sind zwei möglichen Anordnungen für lineare Resonatoren dargestellt. Das auf einer Seite ausgekoppelte, frequenzverdoppelte Licht kann dabei nur durch das in eine Richtung, oder durch das vor- und zurücklaufende Pumplicht erzeugt werden. Die Pfeile zwischen den Moden stellen die dabei möglichen Energietransfers dar.

Dreifach resonanter optischer parametrischer Oszillator

Die Gleichungen 2.61-2.63, die die nichtlineare Wechselwirkung beschreiben, lassen alle Arten von möglichen Prozessen zu. So kann es im Falle der Frequenzverdopplung auch vorkommen, daß ein frequenzverdoppeltes Photon der Frequenz 2ω spontan in zwei Photonen mit den Frequenzen $\omega + \Delta\omega$ und $\omega - \Delta\omega$ umgewandelt wird (siehe Abschnitt 2.3.4), wobei die dem Frequenzabstand $\Delta\omega$ entsprechende Wellenlängendifferenz in der Größenordnung von mehreren Nanometern liegen kann. Dieser Prozeß tritt nur dann auf, wenn alle drei Frequenzen ω , $\omega + \Delta\omega$ und $\omega - \Delta\omega$ gleichzeitig resonant sind, was in Abbildung 2.13 dargestellt ist. Wenn eine genügend hohe Intensität im frequenzverdoppelten Licht vorhanden ist, so daß die durch die spontanen Zerfälle bewirkte Photonenerzeugungsrate größer ist als die Verluste durch Transmission an den Spiegeln, kann es zur stimulierten Emission dieses Lichts in die beiden Moden kommen. Dies führt wiederum dazu, daß nahezu alles erzeugte Licht der zweiten Harmonischen in diese beiden Moden übergeht, wodurch die Konversionseffizienz in die zweite Harmonische nahezu auf Null abfällt.

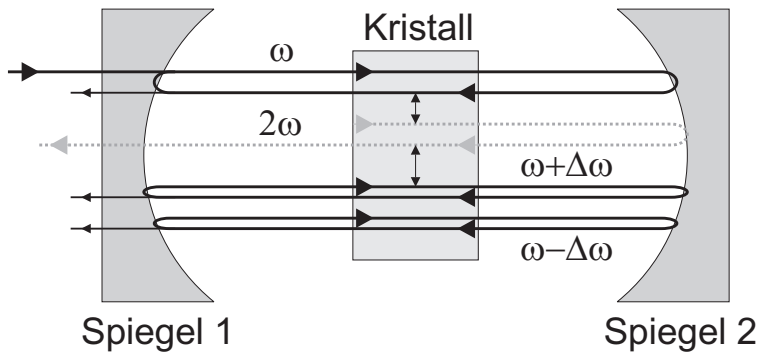


Abbildung 2.13.: Darstellung des auf die Frequenzen ω , $\omega + \Delta\omega$ und $\omega - \Delta\omega$ resonanten Resonators. Die Pfeile zwischen den einzelnen Moden stellen die möglichen Energieübergänge dar. Sind alle drei Moden gleichzeitig resonant und besitzen die Spiegel eine hohe Reflektivität, so kommt es zur stimulierten Emission der bei der Frequenzverdopplung erzeugten Photonen in die Moden $\omega + \Delta\omega$ und $\omega - \Delta\omega$.

Nichtlineare Phasenverschiebungen

Wenn man die zu Beginn dieses Kapitels dargestellten Überlegungen bis zu Effekten dritter Ordnung ausdehnt, so zeigt sich ein wesentlich breiteres Spektrum an möglichen Effekten, wie zum Beispiel Vier-Wellen-Mischung oder intensitätsabhängige Änderungen der Brechungsindizes. Da die dafür verantwortlichen nichtlinearen Koeffizienten aber um mehrere Größenordnungen kleiner sind als die der zweiten Ordnung, treten diese Effekte außer im Fall höchster Leistungen nicht auf.

Betrachtet man allerdings die Herleitung der Grundgleichungen 2.61-2.63 der nichtlinearen Optik genauer, so zeigt sich, daß diese nicht vollständig sind und um Terme höherer Ordnung in den Feldern (aber nicht in den nichtlinearen Koeffizienten) ergänzt werden können [18]. Dies führt schließlich teilweise zur Erzeugung von ähnlichen Effekten wie in Systemen dritter oder höherer Ordnung. Dabei treten unter anderem intensitätsabhängige nichtlineare Phasenschübe auf, die zu einer effektiven Phasendifferenz zwischen der Pumpwelle und der erzeugten zweiten Harmonischen führen.

2.3.4. Spontane parametrische Fluoreszenz

Wenn man Licht mit einer Frequenz ω in einen nichtlinearen Kristall schickt, so beobachtet man, daß ein kleiner Teil dieser Photonen in zwei Photonen mit den Frequenzen ω_1 und ω_2 umgewandelt wird, für die gelten muß:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 \quad (2.78)$$

Dieses Verhalten, das als spontane parametrische Fluoreszenz (SPF) bezeichnet wird, entspricht nahezu einem durch die Gleichungen 2.61-2.63 beschriebenen Prozeß, bei dem aus einem Lichtfeld der Frequenz ω_3 in Gegenwart eines kleinen Felds ω_2 Energie in dieses überführt wird, wobei gleichzeitig ein weiteres Feld der Frequenz ω_1 erzeugt wird. In dem hier beschriebenen Fall ist allerdings ursprünglich kein Photon mit der Frequenz ω_1 oder ω_2 vorhanden, welches nach der klassischen Physik allerdings zum Start des Vorgangs notwendig wäre. Bei diesem Prozeß handelt es sich also in Analogie zur Atomphysik um einen spontanen Zerfall (der klassisch ebenfalls verboten ist), während der Prozeß mit zwei ursprünglich vorhandenen Feldern der stimulierten Emission entspricht. Aus diesem Grund ist in diesem Fall die Anwendung der klassischen Elektrodynamik nicht mehr möglich und man muß zu einer quantenmechanischen Beschreibung übergehen, die im folgenden Abschnitt dargestellt wird. Man unterscheidet dabei im wesentlichen zwischen zwei verschiedenen Phasenadjustierungen: Im einen Fall, der auch als Typ-I-SPF bezeichnet wird, wandelt sich ein Pumpphoton in zwei Photonen, die dieselbe Polarisation besitzen, um. In dem anderen Fall, der Typ-II-SPF, auf den sich die folgenden Betrachtungen beschränken, stehen die Polarisationen der beiden erzeugten Photonen senkrecht zueinander.

Quantenmechanische Beschreibung der SPF

Zur quantenmechanischen Beschreibung dieses Vorgangs wird zunächst der Hamiltonoperator dieses Problems im Wechselwirkungsbild aufgestellt[19]:

$$H_{WW} = \epsilon_0 \int_V d^3r \chi E_p^{(+)} E_o^{(-)} E_a^{(-)} + h.c. \quad (2.79)$$

Dabei stellt V das vom Pumpstrahl E_p beleuchtete Kristallvolumen und E_o und E_a die Operatoren der erzeugten Felder dar, wobei der Index o für einen ordentlich polarisierten und der Index a für einen außerordentlich polarisierten Strahl steht. Der Parameter χ stellt die nichtlineare Suszeptibilität für diesen Übergang dar.

Die beiden Operatoren der elektrischen Felder, die hier erzeugt werden, sind durch

$$E_j^{(+)} = \sum_k E_{jk} a_{jk} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega_{jk}t)} \quad (2.80)$$

gegeben, wobei a_{jk} die normierten Vernichtungsoperatoren für die entsprechenden Felder mit Polarisation $j = a$ oder $j = o$ und Wellenvektor \vec{k} darstellen und E_{jk} durch

$$E_{jk} = i \left(\frac{\hbar \omega_{jk}}{2\epsilon_0 n_{jk}^2 V_Q} \right)^{1/2} \quad (2.81)$$

gegeben ist. Dabei ist V_Q das Quantisierungsvolumen, für das später der Übergang $V_Q \rightarrow \infty$ gemacht wird. Das Pumpfeld wird im folgenden aufgrund seiner großen Intensität als klassische ebene Welle in z-Richtung $E_p = E_0 \exp i(k_p z - \omega_p t)$ angenommen. Mit Hilfe der Störungstheorie erster Ordnung erhält man dann für den Zustandsvektor im stationären Fall:

$$|\Psi\rangle = |0\rangle - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt H_{WW} |0\rangle = |0\rangle + \sum_{k,k'} F_{kk'} a_{ok}^\dagger a_{ak'}^\dagger |0\rangle \quad (2.82)$$

Dabei ist $F_{kk'}$ gegeben durch

$$F_{kk'} = \Gamma_{kk'} \delta(\omega_{ok} + \omega_{ak} - \omega_p) L \cdot h(L \Delta_{kk'}) h_{transv}(\vec{k}, \vec{k}') \quad (2.83)$$

und $\Gamma_{kk'}$ durch

$$\Gamma_{kk'} = -\frac{i}{\hbar} E_{ok} E_{ak'} 2\pi \epsilon_0 \chi E_0 A \quad (2.84)$$

Die Funktionen h und h_{transv} sind durch folgende Ausdrücke gegeben:

$$h(x) = \frac{1 - e^{-ix}}{ix} \quad (2.85)$$

$$h_{transv}(\vec{k}, \vec{k}') = \frac{1}{A} \int_A d^2 \rho \cdot e^{i(\vec{k} + \vec{k}') \rho} \quad (2.86)$$

Dabei ist A die Querschnittsfläche des Strahls und $\Delta_{kk'} = k_p - k_z - k'_z$. Die Funktion $h(L \Delta_{kk'})$ entspricht dem in Gleichung 2.75 auftretenden Phasenanpassungsfaktor und die Funktion h_{transv} tritt zusätzlich auf, da hier im Gegensatz zur in Abschnitt 2.3.2 besprochenen Frequenzverdopplung ein dreidimensionales Problem vorliegt, so daß Phasenanpassung in allen drei Raumrichtungen gegeben sein muß. Diese Funktion enthält nur die transversalen Impulse der erzeugten Photonen, und unter der Annahme eines genügend breiten Strahls, so daß Streueffekte vernachlässigt werden können, ergibt sich aus der Integration von Gleichung 2.86 schließlich:

$$h_{transv}(\vec{k}, \vec{k}') = \delta_{-k_x k'_x} \delta_{-k_y k'_y} \quad (2.87)$$

Im Falle eines hinreichend langen Kristalls erhält man aus dem Integral über z aus $h(L \Delta_{kk'})$ nur noch nennenswerte Beiträge, wenn die Phasenanpassung nahezu perfekt erfüllt ist, so daß sich in diesem Fall folgende Ausdrücke ergeben:

$$\begin{aligned} \omega_{ok} + \omega_{ak'} &= \omega_p \\ \vec{k} + \vec{k}' &= \vec{k}_p = k_p \vec{e}_z \end{aligned} \quad (2.88)$$

Folgerungen

Bei der in Gleichung 2.82 dargestellten Wellenfunktion handelt es sich um eine Superposition aus dem Vakuum- und einem Zweiphotonenzustand, d.h. bei diesem Prozeß werden immer zwei Photonen gleichzeitig erzeugt. Dadurch kann man die in Gleichung 2.88 dargestellten Zusammenhänge einfach als Zerfall eines Pumpphotons in zwei Photonen mit kleinerer Frequenz unter Energie- und Impulserhaltung verstehen. Dieser Prozeß, der im Vakuum verboten ist, da dort die gleichzeitige Erfüllung des Energie- und Impulserhaltungssatzes für Teilchen ohne Ruhemasse nicht möglich ist, kann nur in nichtlinearen Kristallen auftreten, da dort aufgrund der unterschiedlichen Brechungsindizes beide Erhaltungssätze erfüllt werden können.

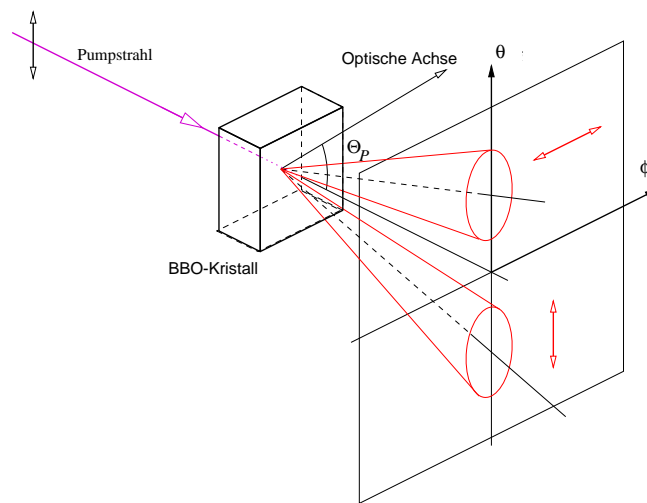


Abbildung 2.14.: Darstellung der Emission von SPF-Photonen aus einem nichtlinearen Kristall. Dabei wurde im dargestellten Fall die Orientierung der optischen Achse so gewählt, daß sich die beiden Kegel nicht überschneiden, was zur Folge hat, daß keine Polarisationsverschränkung der hiermit erhaltenen Photonen gegeben ist.

Eine genaue Betrachtung zeigt, daß Photonen derselben Wellenlänge auf Kegelmänteln emittiert werden, deren Lage im Raum durch den Winkel zur optischen Achse und durch die Brechungsindizes des jeweiligen Kristalls gegeben ist[12] (siehe Abbildung 2.14). Da jeweils eines der beiden Photonen ordentlich bzw. außerordentlich polarisiert ist, gelten für beide im Normalfall unterschiedliche Brechungsindizes, so daß die Orientierung der Kegel selbst im Fall identischer Wellenlängen nicht gleich ist. Desweiteren zeigt sich, daß die Amplitude des Zweiphotonenzustands linear mit der Feldstärke des Pumpstrahls zunimmt, so daß bei diesem Prozeß im Gegensatz zur Frequenzverdopplung nur eine lineare Abhängigkeit der Intensitäten zu beobachten ist.

2.3.5. Verschränkung

SPF als Werkzeug zur Erzeugung verschränkter Photonenpaare

Die spontane parametrische Fluoreszenz besitzt ein enormes Potential zur Erzeugung von verschränkten Zweiteilchenzuständen (genauer gesagt zur Erzeugung von verschränkten Zweiphotonenzuständen). Um dies zu verdeutlichen ist in Abbildung 2.15 der typische Verlauf der Emissionskegel für den Fall identischer Wellenlängen $\omega_1 = \omega_2 = \omega_p/2$ dargestellt. Bei entsprechender Wahl des Einfallswinkels des Pumpstrahls erhält man den Fall, in dem sich die beiden Kegel entlang zweier Geraden schneiden. Betrachtet man

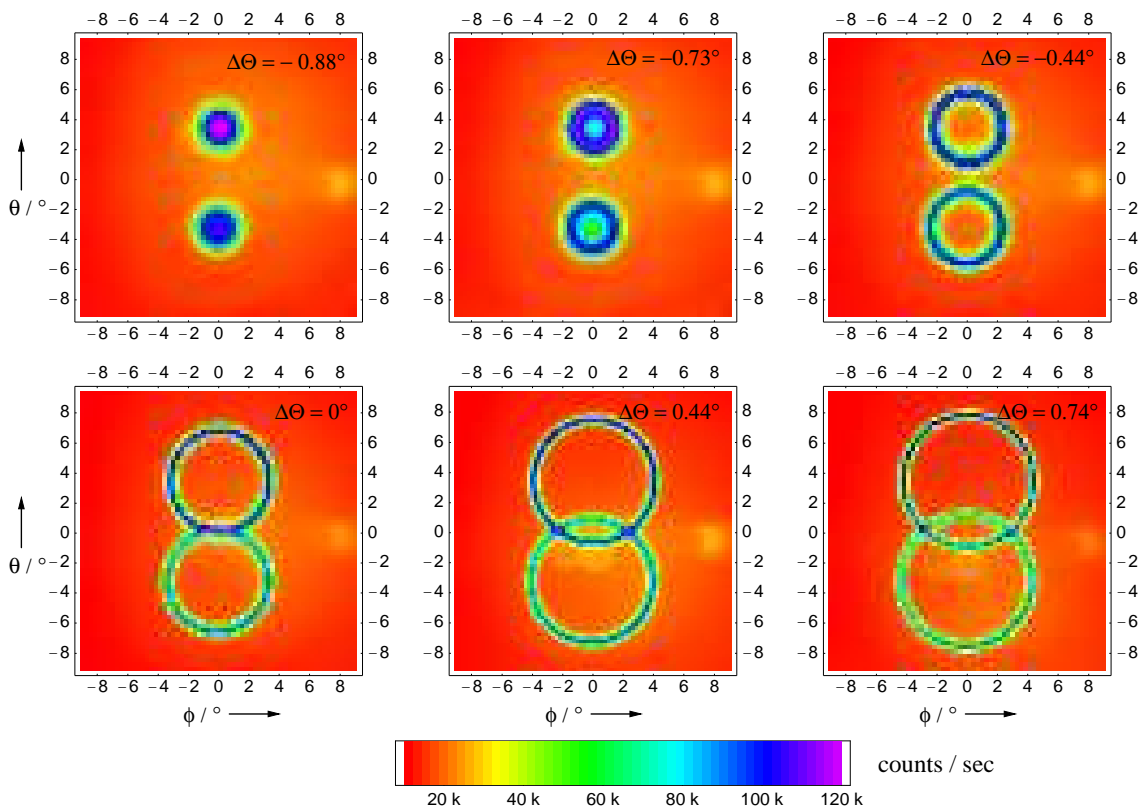


Abbildung 2.15.: Darstellung von Schnitten durch die Emissionskegel für den Fall $\omega_1 = \omega_2 = \omega_p/2$. In den verschiedenen Aufnahmen wurde der Winkel zur optischen Achse jeweils leicht verändert, wodurch sich die verschiedenen Lagen der Kegel ergeben.

nun ein Photon, das entlang einer der beiden Schnittgeraden emittiert wird, so kann man nicht sagen, ob es aus dem ordentlichen oder aus dem außerordentlichen Strahl stammt. Deshalb ist seine Polarisation zunächst unbestimmt. Allerdings weiß man, daß gleichzeitig ein Photon entlang der zweiten Schnittgeraden emittiert wurde. Und was

auch immer dessen Polarisierung ist, sie muß senkrecht zu der des ersten Photons orientiert sein. Unter bestimmten Umständen (siehe folgenden Abschnitt) kann man also diesen Zustand folgendermaßen darstellen:

$$|\Psi\rangle = |H\rangle_1|V\rangle_2 + e^{i\varphi}|V\rangle_1|H\rangle_2 \quad , \quad (2.89)$$

wobei $|H\rangle$ und $|V\rangle$ den Polarisationszustand der einzelnen Photonen in den Armen 1 und 2 kennzeichnen. Die Phase φ läßt sich durch gezieltes Einbringen von doppelbrechenden Materialien in die beiden Strahlen einstellen. Man erhält also in diesem Fall mit Hilfe der SPF ein polarisations- (bzw. spin-) verschränktes Photonenpaar, das gleichzeitig eine Verschränkung im Energie- und Impulsraum besitzt (siehe δ -Funktionen im Zustand von Gleichung 2.82).

Probleme durch Beam-Walk-Off

Will man die verschränkten Photonen wie hier beschrieben erzeugen, so ergibt sich ein Problem. Da zur Erzeugung der Photonen doppelbrechende Kristalle verwendet werden und die Photonen orthogonal zueinander polarisiert sind, legen sie im Kristall unterschiedliche optische Weglängen zurück, was aufgrund der kurzen Kohärenzlänge der Photonen dazu führt, daß keine Verschränkung mehr beobachtet wird. Man könnte ja anhand des Detektionszeitpunktes (entweder kommt immer das ordentlich oder immer das außerordentlich polarisierte Photon zuerst am Detektor an) erkennen, welche Polarisierung das Photon hat. Die Photonen besitzen aufgrund der unterschiedlichen Wegstrecken also ein zusätzliches Unterscheidungsmerkmal. Diesen Prozeß bezeichnet man als longitudinalen Beam-Walk-Off.

Ein weiterer Effekt, der transversale Beam-Walk-Off, kommt ebenfalls durch die unterschiedliche Polarisierung der Photonen zustande. Da eines der beiden Photonen ordentlich und das andere außerordentlich polarisiert ist, breiten sie sich im Kristall in unterschiedlichen Richtungen aus (obwohl sie den Kristall kollinear verlassen). Dies führt zu einer unterschiedlichen Strahlaufweitung und zu einem Strahlversatz, die zu einer Unterscheidbarkeit der Photonen führen.

Diese Probleme könnte man dadurch lösen, daß man die Kristalllänge verringert, so daß die Unterschiede in der Laufzeit klein genug werden, um wieder Verschränkung zu sehen. Dies ist aber aufgrund der dadurch abnehmenden Photonenanzahl (die Anzahl der erzeugten Photonenpaare wächst mit der Länge des Kristalls) nicht wünschenswert. Um dies zu vermeiden, schickt man die Photonen nach ihrer Erzeugung durch ein $\lambda/2$ -Plättchen, das deren Polarisierung um 90° dreht, und dann durch einen zweiten Kristall, der identisch mit dem ersten ist, aber nur die halbe Dicke aufweist.

Betrachtet man nun einen Kristall der Länge L , in dem die SPF stattfinden soll, so können die Photonenpaare an einer beliebigen Stelle (von $x = 0$ bis $x = L$) erzeugt werden. Im folgenden soll nun zum Beispiel für den außerordentlich polarisierten Strahl der kleinere Brechungsindex n_a gegeben sein. Für den durch den Brechungsindexunterschied

$\Delta n = n_o - n_a$ verursachten Unterschied der beiden optischen Wege Δl_1 im Kristall erhält man

$$\Delta l_1(x) = (L - x) \Delta n \quad . \quad (2.90)$$

Wenn nun kein Kompensationskristall angebracht wurde, so treffen die beiden Photonen mit einem durch die Wegdifferenz verursachten Zeitunterschied $\Delta t = \Delta l_1(x)/c$ auf die Detektoren und können (wenn $\Delta l_1(x)$ größer als die Kohärenzlänge ist) unterschieden werden. Durch den Einbau eines $\lambda/2$ -Plättchens zur Drehung der Polarisation um 90° und eines zweiten Kristalls der halben Dicke ergibt sich ein weiterer optischer Wegunterschied beim Durchqueren dieses Kristalls von

$$\Delta l_2 = -\frac{L}{2} \Delta n \quad , \quad (2.91)$$

der die ursprüngliche Differenz der beiden optischen Wege teilweise kompensiert. Für den gesamten Wegunterschied $\Delta l_{ges}(x)$ ergibt sich somit:

$$\Delta l_{ges}(x) = \left(\frac{L}{2} - x \right) \Delta n \quad (2.92)$$

Betrachtet man nun den Fall, daß die beiden Photonen in der Mitte des Kristalls entstehen, so wird der im ersten Kristall erzeugte Wegunterschied durch den zweiten vollständig kompensiert und die Photonen sind nicht mehr aufgrund ihres Detektionszeitpunktes zu unterscheiden. Entsteht das Photonenpaar irgendwo in der ersten Hälfte des Kristalls ($x = a < L/2$), so erhält man für den Unterschied in den Detektionszeitpunkten $\Delta t(x) = \Delta l_{ges}(x)/c$:

$$\Delta t(a) = \left(\frac{L}{2} - a \right) \frac{\Delta n}{c} \quad (2.93)$$

Das bedeutet, das Photon aus dem außerordentlichen Strahl trifft um die Zeit $\Delta t(a)$ früher am Detektor ein⁵ als das ordentlich polarisierte Photon. Betrachtet man nun den gleichwahrscheinlichen Fall, daß die Photonen in der zweiten Hälfte des Kristalls am Punkt $x = L - a$ erzeugt werden, so erhält man daraus für die Differenz der Detektionszeitpunkte Δt :

$$\Delta t(L - a) = -\left(\frac{L}{2} - a \right) \frac{\Delta n}{c} \quad (2.94)$$

Diese Differenz hat den gleichen Betrag wie im vorangegangenen Fall, wobei hier das ordentlich polarisierte Photon zuerst am Detektor ankommt und das außerordentliche erst nach einer Zeitdifferenz $|\Delta t(L - a)| = \Delta t(a)$. Beide Fälle ($x = a$ und $x = L - a$) sind gleich wahrscheinlich, und wenn die Kohärenzlänge des Pumplasers größer ist als die Kristalllänge⁶, erhält man zwei neue Paare von Emissionsmöglichkeiten, die jeweils den

⁵Wenn beide Detektoren denselben Abstand zum Kristall besitzen.

⁶Die Kohärenzlängen von Laserstrahlen liegen typischerweise im Bereich mehrerer Meter, was wesentlich größer ist, als die verwendeten Kristalllängen von wenigen Millimetern.

gewünschten Zustand bilden. Dadurch kann man trotz der unterschiedlichen Weglängen eine vollständige Kompensation der durch den longitudinalen Walk-Off verursachten Aufhebung der Verschränkung erreichen.

Da beim transversalen Walk-Off neben einem Strahlversatz auch eine unterschiedliche Aufweitung der beiden Polarisationskomponenten erfolgt, läßt sich dieser mit dieser Methode nur unvollständig kompensieren.

2.4. EPR-Paradoxon

Im Jahr 1935 stellten Einstein, Podolsky und Rosen ihr mittlerweile unter dem Namen EPR-Paradoxon[1] bekannt gewordenes Gedankenexperiment dar. Sie versuchten dabei anhand von orts- und impulsverschränkten Teilchen und mit Hilfe von einigen allgemeinen Annahmen (Vollständigkeit⁷, Realität⁸, Lokalität⁹) die Unvollständigkeit der Quantentheorie zu beweisen. Bell konnte schließlich (anhand des einfacheren Falls von spinverschränkten Systemen) zeigen[3], daß sich aus physikalischen Theorien, die den Annahmen von EPR genügen, Widersprüche zu den Aussagen der Quantenmechanik ergeben. Diese Widersprüche lassen sich in Form der Bellschen Ungleichungen darstellen, wobei im folgenden die Herleitung der Ungleichung in der Form von Clauser, Horne, Shimony und Holt (CHSH)[20][21] skizziert wird.

2.4.1. Quantenmechanische Betrachtung

In dieser Herleitung geht man von einer Quelle aus, die Zweiteilchen-Spin-Singulett-Zustände der folgenden Art aussendet:

$$|\Psi\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2) \quad (2.95)$$

Dabei stellt $|\uparrow\rangle$ bzw. $|\downarrow\rangle$ einen Zustand mit Spin $+\hbar/2$ bzw. $-\hbar/2$ dar und die Indizes 1 bzw. 2 kennzeichnen das jeweilige Teilchen. Die beiden Teilchen treffen nun jeweils auf eine Apparatur, die deren Spin in der Orientierung \vec{a} für Teilchen 1 und der Orientierung \vec{b} für Teilchen 2 mißt, wobei dem Meßausgang $+\hbar/2$ der Wert 1 und dem Ausgang $-\hbar/2$ der Wert -1 zugeordnet wird. Das Ergebnis der Messung wird dann den Variablen A (für Teilchen 1) und B (für Teilchen 2) zugewiesen. Für die Messung an den beiden Teilchen läßt sich nun durch den folgenden Ausdruck der Erwartungswert $E_{qm}(\vec{a}, \vec{b})$ des

⁷Eine vollständige physikalische Theorie muß für jedes Element der physikalischen Realität ein entsprechendes Gegenstück besitzen.

⁸Wenn, ohne ein physikalisches System zu stören, der Wert einer physikalischen Größe vorhergesagt werden kann, dann gibt es ein dieser Größe entsprechendes Element der physikalischen Realität.

⁹Wenn zwei Systeme nicht mehr miteinander wechselwirken, dann kann keine Veränderung des zweiten Systems als Folge eines Eingriffs in das erste System auftreten.

Produkts $A \cdot B$ berechnen:

$$\begin{aligned}
E_{qm}(\vec{a}, \vec{b}) &= \langle \Psi | \vec{\sigma}_1 \vec{a} \otimes \vec{\sigma}_2 \vec{b} | \Psi \rangle \\
&= \frac{1}{2} \left(\langle \uparrow | \vec{\sigma}_1 \vec{a} | \uparrow \rangle \langle \downarrow | \vec{\sigma}_2 \vec{b} | \downarrow \rangle - \langle \uparrow | \vec{\sigma}_1 \vec{a} | \downarrow \rangle \langle \downarrow | \vec{\sigma}_2 \vec{b} | \uparrow \rangle - \right. \\
&\quad \left. \langle \downarrow | \vec{\sigma}_1 \vec{a} | \uparrow \rangle \langle \uparrow | \vec{\sigma}_2 \vec{b} | \downarrow \rangle + \langle \downarrow | \vec{\sigma}_1 \vec{a} | \downarrow \rangle \langle \uparrow | \vec{\sigma}_2 \vec{b} | \uparrow \rangle \right) \\
&= -\vec{a} \vec{b}
\end{aligned} \tag{2.96}$$

Die hier verwendeten Richtungsvektoren \vec{a} und \vec{b} sind normiert und der Vektor $\vec{\sigma}$ enthält als Komponenten die drei Paulimatrizen. Aus der Quantentheorie ergibt sich also für den Erwartungswert dieser Messung einfach das Produkt der Richtungsvektoren der beiden Analysevorrichtungen.

2.4.2. Ergebnisse nach EPR und Bell

In den durch die Annahmen von EPR definierten und von Bell formalisierten Theorien ist das Meßergebnis A an Teilchen 1 durch die Analysatorstellung \vec{a} und einen Satz von verborgenen Parametern λ und analog dazu das Meßergebnis B an Teilchen 2 durch \vec{b} und λ bestimmt. Die Meßergebnisse sind allerdings (bei geeigneter raumzeitlicher Trennung) unabhängig von dem jeweils am anderen Detektor gemessenen Wert. Da sich in diesen Theorien dieselben Einzelergebnisse wie in der Quantentheorie ergeben sollen, gilt also:

$$A(\vec{a}, \lambda) = \pm 1, B(\vec{b}, \lambda) = \pm 1 \tag{2.97}$$

Die Parameter λ sind dabei durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $\rho(\lambda)$ gegeben, womit man schließlich für den Erwartungswert $E(\vec{a}, \vec{b})$ erhält:

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) \tag{2.98}$$

Führt man nun zwei zusätzliche Einstellungen \vec{a}' und \vec{b}' der Meßapparaturen ein, so erhält man für die Differenz der Erwartungswerte:

$$\begin{aligned}
E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}') &= \int d\lambda \rho(\lambda) \left[A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) - A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}', \lambda) \right] \\
&= \int d\lambda \rho(\lambda) \left[A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) \left(1 \pm A(\vec{a}', \lambda) B(\vec{b}', \lambda) \right) \right] - \\
&\quad \int d\lambda \rho(\lambda) \left[A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}', \lambda) \left(1 \pm A(\vec{a}', \lambda) B(\vec{b}, \lambda) \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.99}$$

Für die beiden Ergebnisse A und B muß natürlich die Bedingung

$$|A|, |B| \leq 1 \tag{2.100}$$

gelten, mit deren Hilfe man aus Gleichung 2.99 erhält:

$$|E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}')| \leq \int d\lambda \rho(\lambda) [1 \pm A(\vec{a}', \lambda)B(\vec{b}, \lambda)] + \int d\lambda \rho(\lambda) [1 \pm A(\vec{a}', \lambda)B(\vec{b}', \lambda)] \quad (2.101)$$

Daraus ergibt sich schließlich:

$$|E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}')| \leq 2 \pm [E(\vec{a}', \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b})] \quad (2.102)$$

Zur einfacheren Schreibweise definiert man die Größe $S(\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}', \vec{b}')$ durch folgenden Ausdruck:

$$S(\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}', \vec{b}') = |E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}')| + |E(\vec{a}', \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b})| \quad (2.103)$$

Damit erhält man einen einfach zu messenden Parameter, für den innerhalb einer realistischen, lokalen Theorie gilt:

$$S(\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}', \vec{b}') \leq 2 \quad (2.104)$$

Benutzt man zur Bestimmung von $S(\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}', \vec{b}')$ die Quantenmechanik, so zeigt sich, daß eine maximale Verletzung von Gleichung 2.104 für die Winkel $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\alpha' = 90^\circ$ und $\beta' = 135^\circ$ zwischen den jeweiligen Analysatorstellungen $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}'$ und $\vec{b}')$ und der Senkrechten auftritt. Man erhält in diesem Fall:

$$S_{qm}(0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ) = 2\sqrt{2} \geq 2. \quad (2.105)$$

Mit dieser Gleichung besitzt man nun einen einfach zu handhabenden Ausdruck, mit dessen Hilfe man zwischen der Quantenmechanik und den Theorien nach EPR unterscheiden kann.¹⁰

Mittlerweile wurde schon in mehreren Experimenten[21], die die Funktion S untersuchen eine Verletzung von Gleichung 2.103 festgestellt und damit die Quantenmechanik bestätigt. In dieser Arbeit wird nun der umgekehrte Weg beschritten und aus der Verletzung dieser Gleichung durch die erzeugten Photonenpaare auf deren Verschränkung geschlossen.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Überlegungen gelten für Spin- $\frac{1}{2}$ -Systeme. Will man sie auf die in dieser Arbeit erzeugten Photonen anwenden, so übersetzen sich die Spineinstellungen $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ in die Polarisationszustände $|H\rangle$ und $|V\rangle$. Analog dazu müssen die Winkelwerte für maximale Verletzung der Bellschen Ungleichung (siehe Gleichung 2.105) halbiert werden.

¹⁰Zur Herleitung dieser Ungleichung verwendeten CHSH als zusätzliche Annahme, daß die detektierten Photonen einen repräsentativen Querschnitt aller hier erzeugten Photonen darstellen.

3. Frequenzverdoppler

In diesem Kapitel wird der erste Teil der vorliegenden Diplomarbeit, der Frequenzverdoppler, dargestellt, wobei zunächst auf den prinzipiellen Aufbau und die dazu benötigten Komponenten eingegangen wird. Im zweiten Teil werden dann dessen Eigenschaften, wie Stabilität und ausgekoppelte Leistung und störende Effekte, wie unter anderem lokale Temperaturerhöhungen durch den Laserstrahl und die sich daraus ergebenden Konsequenzen, besprochen.

3.1. Darstellung der einzelnen Komponenten

3.1.1. Aufbau

Der Aufbau des Frequenzverdopplers mit den dazugehörigen Komponenten ist in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt. Da der Laserstrahl wie bei Laserdioden üblich stark elliptisch ist (Verhältnis der Hauptachsen 1:4,5) wird er durch ein anamorphes Prismenpaar gelenkt, das, wie in Abbildung 3.2 dargestellt, ein rundes Strahlprofil erzeugt. Um

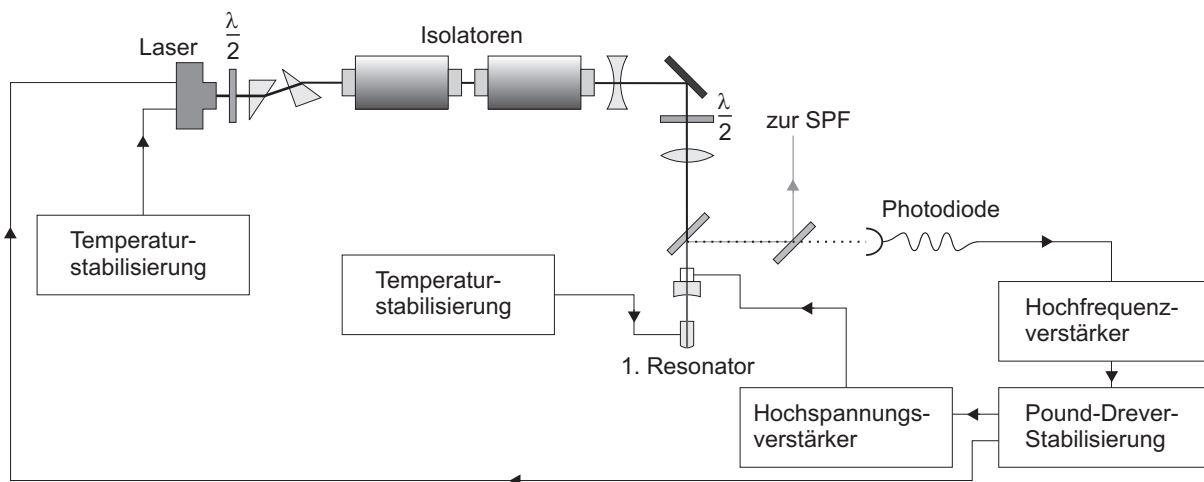


Abbildung 3.1.: Darstellung des Aufbaus des Frequenzverdopplers und aller dazu benötigten Komponenten.

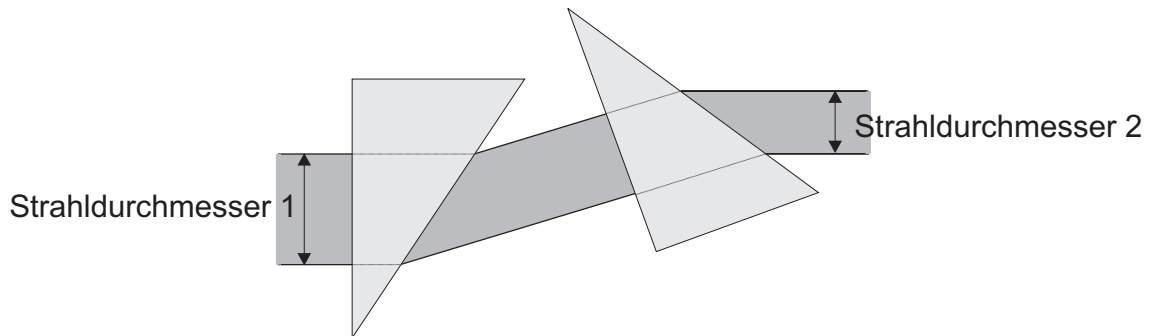


Abbildung 3.2.: Strahlengang durch ein anamorphes Prismenpaar, bei dem der Strahldurchmesser ungefähr um den Faktor zwei abnimmt.

die hohen Reflexionsverluste beim Durchgang durch die beiden Prismen zu vermindern, wird der Strahl zunächst durch ein $\lambda/2$ -Plättchen, das unter einem Winkel von 45° zur optischen Achse steht, geleitet, wodurch die Polarisation um 90° gedreht und dadurch die Reflexionsverluste im weiteren Verlauf deutlich vermindert werden.

Laserdioden reagieren sehr empfindlich auf optische Rückkopplung. Schon geringste Anteile an Licht, die in die Diode zurückreflektiert werden, haben einen instabilen Betrieb mit häufigen Modensprüngen zur Folge. Aus diesem Grund wird der Laserstrahl durch zwei optische Isolatoren¹ mit einer Abschwächung von jeweils 40dB geleitet (ursprünglich wurde nur ein Isolator verwendet, aber es stellte sich heraus, daß immer noch eine zu starke Rückkopplung vorhanden war).

Nach den beiden Isolatoren wird der Laserstrahl durch die Verwendung von zwei Linsen auf den Resonator fokussiert, so daß die Mode des einfallenden Strahls mit der des Resonators übereinstimmt. Dadurch wird eine optimale Einkopplung des Laserstrahls in den Resonator ermöglicht.

Der Resonator besteht aus dem teilweise durchlässigen Einkoppelspiegel und dem verspiegelten Ende des nichtlinearen KNbO_3 -Kristalls, in dem die Frequenzverdopplung² vom einfallenden Infrarotlicht mit einer Wellenlänge von 856 nm zu blauem Licht mit einer Wellenlänge von 428 nm stattfindet.

Die Trennung des erzeugten blauen Lichts vom reflektierten Pumplicht wird durch einen wellenlängenabhängigen Spiegel gewährleistet, der vor dem Resonator aufgebaut ist und

¹Ein optischer Isolator besteht im wesentlichen aus zwei um 45° gegeneinander gedrehten Polarisatoren, zwischen denen sich ein Kristall in einem starken Magnetfeld befindet. Die Polarisation des durch den ersten Polarisator tretenden Lichts wird im Kristall durch den Faraday-Effekt um 45° gedreht und tritt dann ungehindert durch den zweiten Polarisator. Kommt das Licht aber aus der anderen Richtung, so wird dessen Polarisation ebenfalls um 45° in **dieselbe** Richtung gedreht, so daß diese nun senkrecht zum ersten Polarisator orientiert ist, wodurch das Licht aus dem Strahlengang herausreflektiert wird.

²Pumplicht und das Licht der zweiten Harmonischen sind senkrecht zueinander polarisiert.

der das blaue Licht unter einem Winkel von 45° reflektiert. Der geringe Teil des Infrarotlichts, der ebenfalls von dem Spiegel reflektiert wird, wird durch einen zweiten Spiegel dieser Art vom blauen Licht getrennt, auf eine Photodiode geleitet und so zur Stabilisierung des Resonators auf den Pumplaser verwendet.

Im folgenden Abschnitt wird nun genauer auf die Eigenschaften der Laserdiode und des Resonators eingegangen.

3.1.2. Eigenschaften der Laserdiode

Als Pumplaser für die Frequenzverdopplung wird eine Single-Mode-Laserdiode von SDL (Typ SDL-5431-G1) verwendet, die eine maximale Lichtleistung von 200 mW liefert. In unserem Fall wurde die Diode allerdings immer nur maximal bei 175 mW betrieben³. Um das zur Stabilisation des Resonators auf Resonanz verwendete Pound-Drever-Verfahren anzuwenden, ist es nötig, den Strom der Laserdiode mit einem kleinen, hochfrequenten Wechselstrom von 50 MHz (und einer Amplitude von 10-20 mA) zu modulieren, wodurch neben der eigentlichen Laserlinie noch zwei kleine, um ± 50 MHz verschobene Linien entstehen. Die Diode zeigt bei dieser Modulation keine Änderungen in ihrer Stabilität oder der gelieferten Lichtleistung. Da die Wellenlänge von Diodenlasern stark von

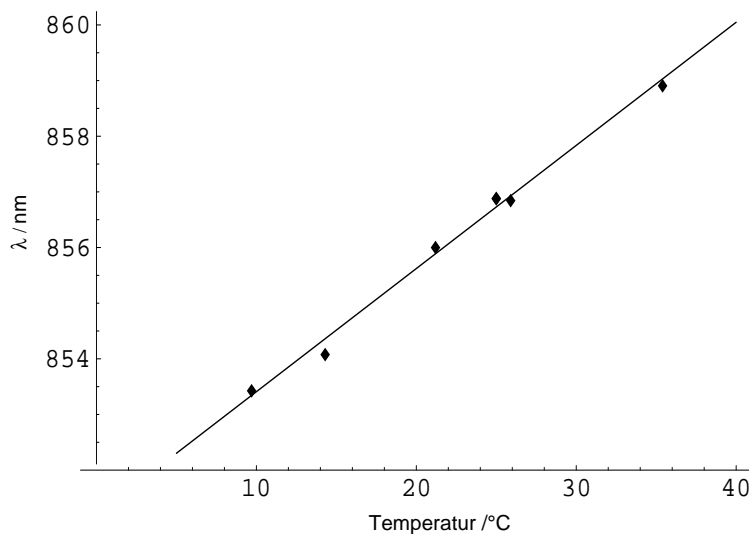


Abbildung 3.3.: Gemessenes Temperaturverhalten der Wellenlänge des von der Laserdiode emittierten Lichts, wobei der Wellenlängenverlauf durch eine Gerade angenähert wurde.

der Temperatur abhängt, die sich durch Schwankungen in der Umgebung oder durch die während des Betriebs an der Diode entstehende Wärme stark ändern kann, ist es für

³Was einem Diodenstrom von 200 mA entspricht.

optimale Phasen Anpassung nötig, eine stabile Betriebstemperatur des Lasers zu gewährleisten. Dazu wurde zunächst die Temperaturabhängigkeit der Laserdiode mit Hilfe eines Gitterspektrometers gemessen. Die daraus ermittelte Temperaturkurve ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Anhand dieser Daten erkennt man, daß sich die Wellenlänge bei einer Temperaturänderung von einem Grad Celsius um 0,22 nm ändert. Desweiteren sieht man, daß die Laserdiode bei Zimmertemperatur auf einer Wellenlänge von 856 nm läuft, die ideal für die Frequenzverdopplung geeignet ist, da bei dieser Wellenlänge der Kristall ebenfalls nahe der Zimmertemperatur betrieben werden kann, was den experimentellen Aufwand wesentlich reduziert. Daher wurde die Temperatur der Diode mit dem in Abschnitt 5.3 beschriebenen Aufbau auf diese Temperatur stabilisiert.

Problematisch an der hier verwendeten Diode ist, daß sie nicht immer konstant auf einer longitudinalen Mode läuft, sondern unter bestimmten, noch nicht völlig geklärten Umständen zu Modensprüngen neigt, was dann die Stabilisierung des Resonators auf die Diode unmöglich macht. Es konnte aber eine Kombination von Strom und Temperatur gefunden werden, bei der ein Betrieb ohne Modensprünge über mehrere Stunden hinweg möglich war.

3.1.3. Der optische Resonator

Aufbau

Der in diesem Experiment zur Erhöhung der Intensität verwendete Resonator besteht zum einen aus dem Einkoppelspiegel, der so gewählt wurde, daß er für das blaue Licht auf beiden Seiten hochtransmittierend ist. Für das infrarote Pumplicht ist er nur auf der Außenseite hochtransmittierend, während er auf der gekrümmten Innenseite ($R = 25$ mm) eine Reflektivität von 95% aufweist. Der andere Resonatorspiegel ist auf der Rückseite des 8 mm langen KNbO_3 -Kristalls aufgedampft und ist für beide Wellenlängen

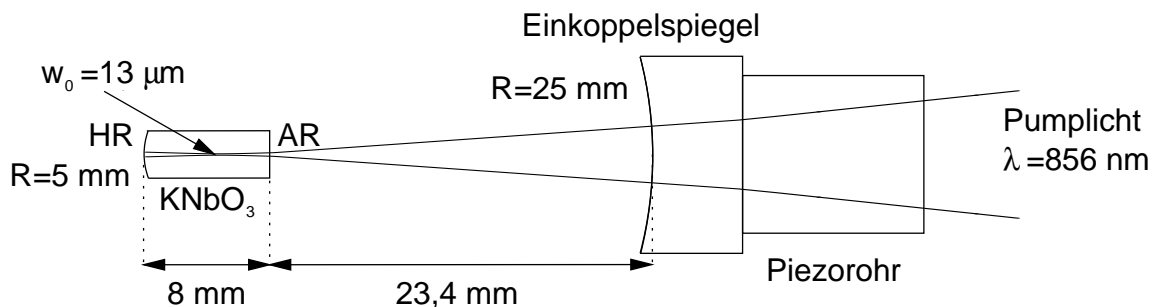


Abbildung 3.4.: Der hier verwendete optische Resonator, bestehend aus dem KNbO_3 -Kristall und dem auf einem Piezorohr angebrachten Einkoppelspiegel. Der Strahldurchmesser ist stark übertrieben gezeichnet.

hochreflektierend, so daß das gewonnene blaue Licht durch die vor- und zurücklaufende Welle des Pumplichts erzeugt wird, was eine wesentlich höhere Intensität gegenüber einem einfachen Durchlauf bewirkt. Dieser Aufbau kommt mit einem Minimum an verlustträchtigen optischen Grenzflächen aus und erlaubt dennoch eine gewisse Wahl des Strahlverlaufs im Kristall.

Der Spiegel besitzt einen Krümmungsradius von 5 mm, so daß der Brennpunkt des Resonators in der Nähe der Kristallmitte liegt, was eine optimale Konversion ermöglicht. Der Abstand der beiden Resonatorspiegel wurde so gewählt, daß die zur Erzeugung der zweiten Harmonischen optimale Strahlbreite im Kristall gegeben ist[17].

Damit die Intensität des Lichts im Resonator immer maximal bleibt, ist es notwendig, daß die Resonatorlänge immer die Resonanzbedingung für das Pumplicht erfüllt. Um dies zu gewährleisten, wurde der Einkoppelspiegel auf einem Piezorohr angebracht, mit dem sich die Resonatorlänge verstellen läßt. Das vom Resonator reflektierte Infrarotlicht wird dabei von einer schnellen Photodiode aufgefangen. Das sich daraus ergebende elektrische Signal wird über einen Hochfrequenzverstärker in die Stabilisierungselektronik eingespeist. Dort wird nach dem Pound-Drever-Verfahren[22][23] ein Fehlersignal gewonnen, das im Falle der Resonanz einen Nulldurchgang und eine große Steigung besitzt (siehe Abbildung 3.5). Das im weiteren Verlauf daraus gewonnene Stabilisierungssignal wird über einen Hochspannungsverstärker an den Piezokristall angelegt.

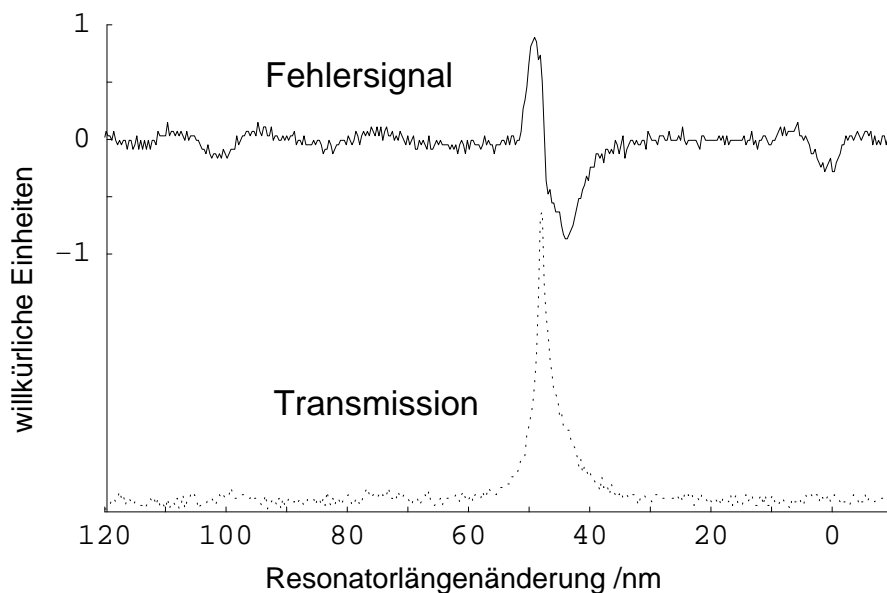


Abbildung 3.5.: Fehlersignal erhalten beim schnellen Durchfahren des Resonators durch die Resonanz. Die hier erkennbare Asymmetrie der beiden Signale wird in Kapitel 3.2.2 besprochen.

Eigenschaften des Kristalls

Für diesen Versuch wurde als Material für den nichtlinearen Kristall KNbO_3 gewählt, da dieses eine hohe nichtlineare Suszeptibilität besitzt. Desweiteren ermöglicht die starke Änderung des Brechungsindex mit der Temperatur eine nicht-kritische Phasenanpassung über einen großen Wellenlängenbereich.

KNbO_3 ist ein nichtlinearer Kristall mit zwei optischen Achsen, der bei Zimmertemperatur in seiner orthorhombischen Struktur vorliegt. Er ist für Wellenlängen von ca. 400 nm bis weit in den infraroten Bereich für Licht durchlässig, wobei allerdings der Absorptionskoeffizient stark anwächst, wenn man sich der Absorptionskante bei 400 nm nähert[24][25].

Bei der hier verwendeten Pumpwellenlänge besitzt der Kristall einen geringen Absorptionskoeffizienten von 0,3%/cm. Betrachtet man allerdings die Wellenlänge der zweiten Harmonischen so nimmt dieser stark zu und erreicht dort einen Wert von ca. 7%/cm, was schon eine erhebliche Schwächung der Intensität des blauen Lichts bewirkt.

Eine weitere interessante Eigenschaft dieses Kristalls ist, daß in Gegenwart von blauem Licht die Absorption von Infrarotlicht stark zunimmt[25] (Blau-induzierte-Infrarot-Absorption). Bei den hier verwendeten Wellenlängen ergibt sich dabei ein Wert von 0,013%/cm mW. Dieser Absorptionskoeffizient ist proportional zur Intensität der zweiten Harmonischen und wächst damit mit dem Quadrat der Pumpleistung, wodurch er bei hohen Leistungen den dominierenden Faktor in der Absorption darstellt.

In unserem Fall besitzt der Pumpstrahl eine Wellenlänge von 856 nm und damit die zweite Harmonische eine Wellenlänge von 428 nm. Aus diesen beiden Werten wurde dann

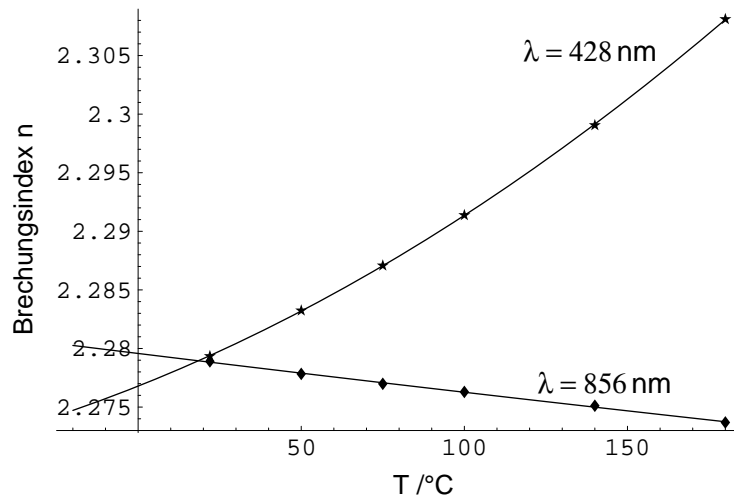


Abbildung 3.6.: Verlauf der Brechungsindizes in KNbO_3 für Licht mit einer Wellenlänge von 856 nm (Polarisation entlang der Kristallachse b) und einer Wellenlänge von 428 nm (Polarisation entlang c)

mit Hilfe der Sellmayer-Koeffizienten von KNbO_3 [26] die Temperatur zur optimalen Phasenanpassung bestimmt.

Da die Eintrittsfläche des Kristalls senkrecht zur Kristallachse a orientiert ist, wird dieser so eingebaut, daß die Polarisation des Pumpstrahls parallel zur b-Achse orientiert ist, wodurch die Polarisation der zweiten Harmonischen auf die Richtung parallel zur c-Achse festgelegt ist. In Abbildung 3.6 ist der Verlauf der Brechungsindizes für die beiden Kristallachsen bei den verwendeten Wellenlängen dargestellt.

Aus dem Schnittpunkt der beiden Kurven ergibt sich die Phasenanpassungstemperatur, auf die der Kristall eingestellt werden muß. Im vorliegenden Fall ergab sich eine Temperatur von ca. 18°C , die mit einem kleinen Peltierelement, das über eine Stabilisierungselektronik angesteuert wird, problemlos erreicht werden kann.

Um zu verstehen, wie sich kleine Temperatur- und Wellenlängenänderungen auf die Konversionseffizienz des Verdopplers auswirken, wurde diese Temperatur für verschiedene Wellenlängen des Pumplichts bestimmt. Es zeigt sich dabei, daß sich die Temperatur für die optimale Phasenanpassung schon bei einer geringen Änderung der Pumpwellenlänge von einem Nanometer um $2,9^\circ\text{C}$ ändert, was auch die Notwendigkeit einer guten Temperaturstabilisierung der Laserdiode erklärt.

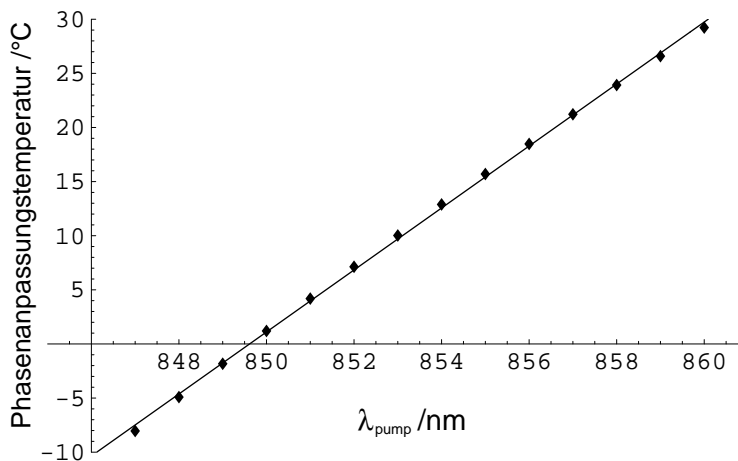


Abbildung 3.7.: Verlauf der Phasenanpassungstemperatur in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Pumplichts. Der Verlauf dieser Temperatur wurde dabei durch eine Gerade mit der Steigung $2,86^\circ\text{C}/\text{nm}$ angenähert.

3.2. Eigenschaften des Frequenzverdopplers

3.2.1. Eigenschaften des Resonators

Der Resonator besteht aus zwei Spiegeln, wobei der Einkoppelspiegel eine Reflektivität von 95% und die hintere Kristallseite eine Reflektivität von ca. 100% besitzen. Aus diesen beiden Parametern und der optischen Weglänge im Resonator von 41,7 mm erhält man aus Gleichung 2.48 für den freien Spektralbereich (FSR) einen Wert von $\Delta\nu = 3,6$ GHz. In Abbildung 3.8 ist ein typisches Transmissionsspektrum des Resonators dargestellt. Zur

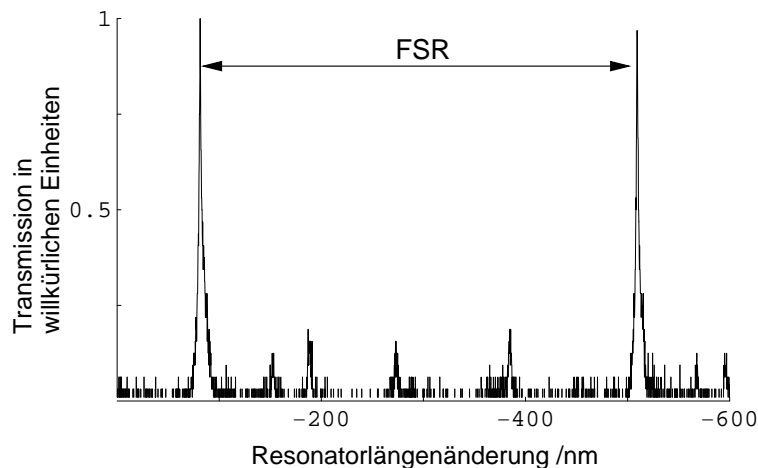


Abbildung 3.8.: Transmission durch den Resonator, während der Einkoppelspiegel durch Anlegen einer Dreiecksspannung mit einer Frequenz von 40 Hz vor- und zurückbewegt wurde. Die Temperatur wurde so gewählt, daß keine Phasen Anpassung bestand.

Bestimmung der Breite der Transmissionslinien, wurde der Spiegel mit möglichst großer Frequenz bewegt, um die in Abschnitt 3.2.2 besprochenen Temperatureffekte so klein wie möglich zu halten. Mit Hilfe dieser Breite von $\Delta\nu_{1/2} = 45$ MHz erhält man für die Finesse (weit weg von der Phasen Anpassung) einen Wert von ungefähr $F = 80$, der im Vergleich zum theoretisch zu erwartenden Wert ($F = 120$) für einen verlustfreien Resonator mit denselben Spiegelreflektivitäten etwas kleiner ist. Die hier auftretende Differenz wird im wesentlichen durch die Absorption und Streuung von Licht im Resonator verursacht. Mit Hilfe von Gleichung 2.50 läßt sich die Absorption der Intensität im Resonator berechnen und man erhält daraus:

$$\alpha = 3,2 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm optischer Weg}} \quad (3.1)$$

Für einen kompletten Umlauf im Resonator erhält man also eine Absorption von 2,6%. Die Absorption durch den Kristall dürfte ungefähr 0,5% ausmachen, so daß der Rest

durch Streuverluste bei Reflexionen an den verschiedenen optischen Flächen verursacht werden muß.

Beim Erreichen der Resonanz erwartet man einen starken Einbruch der Intensität des vom Resonator reflektierten Lichts, da in diesem Fall ein großer Anteil des einfallenden Lichts in den Resonator eingekoppelt wird, und dort schließlich absorbiert oder gestreut wird⁴. In Abbildung 3.9 ist der Prozentsatz des vom Resonator reflektierten Lichts in Abhängigkeit von der Resonatorlänge dargestellt. Man erkennt dabei einen starken Einbruch (ungefähr 45%) der reflektierten Intensität in dem Moment, in dem die Resonanz erreicht wird.

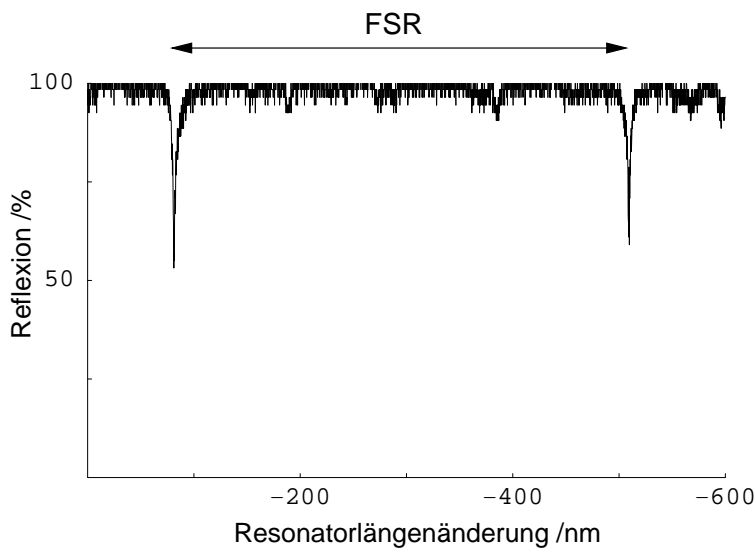


Abbildung 3.9.: Reflexion des Resonators, normiert auf 1, während einer Oszillation des Einkoppelspiegels mit 40 Hz. Die Temperatur wurde so gewählt, daß keine Phasen Anpassung gegeben war.

Die Intensität des im Resonator gespeicherten Lichts läßt sich mit der oben bestimmten Absorptionskonstante α gemäß Gleichung 2.47 berechnen, und man erhält daraus für das Verhältnis der Intensität im Resonator zu der des einfallenden Lichts:

$$\frac{I_{Resonator}}{I_0} = 33,3 \quad (3.2)$$

Für die im Resonator umlaufende Lichtleistung ergibt sich daraus bei einer einfallenden Lichtleistung von 92,7 mW schließlich ein Wert von ca. 3,1 W.

⁴Die Transmission durch den Resonator ist selbst im Falle der Resonanz kleiner als 1 mW.

3.2.2. Temperatureffekte

Betrachtet man die in Abbildung 3.10 dargestellte Transmission bei der Fahrt des Resonators durch die Resonanz, so erkennt man an beiden Maxima eine starke Asymmetrie. Beim direkten Vergleich der beiden Transmissionsmaxima sind noch wesentlich deutli-

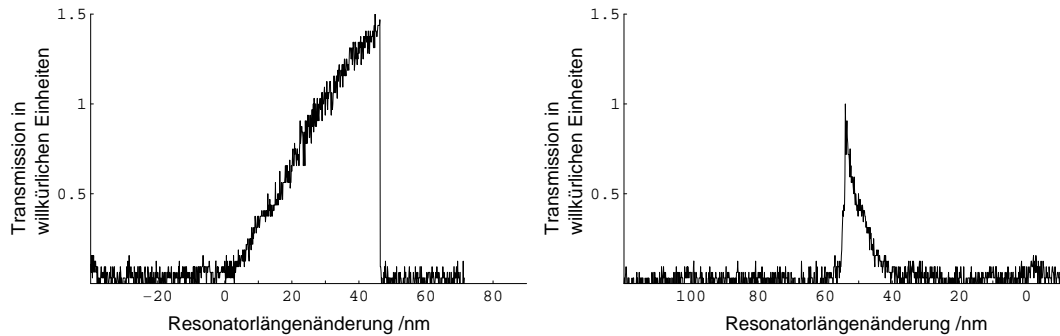


Abbildung 3.10.: Transmission durch den Resonator in der Umgebung der Resonanz bei Temperaturen weit oberhalb der Phasenanpassung. Im ersten Bild bei mit größer werdender Zeit t zunehmender und im zweiten Bild abnehmender Resonatorlänge.

chere Unterschiede feststellbar. Diese Aufnahmen wurden gemacht, indem die Resonatorlänge langsam mit einer Frequenz von 10^{-2} Hz moduliert wurde, so daß es mehrere Sekunden dauert, um durch die Resonanz zu fahren. Bei dieser langsamen Bewegung werden die hier besprochenen Asymmetrien besonders deutlich sichtbar. Ändert man nun die Temperatur des Kristalls so, daß man wieder in den Bereich der optimalen Phasenanpassung kommt, so erhält man schließlich die in Abbildung 3.11 dargestellten Graphen. In diesem Bild sind die Unterschiede zwischen den beiden Kurven noch wesentlich deutlicher ausgeprägt.

Vor allem die erste Kurve, die bei zunehmender Resonatorlänge aufgenommen wurde, ist mehr als doppelt so breit wie im vorherigen Fall (die merkwürdige Form des Intensitätsanstiegs wird in Kapitel 3.2.3 besprochen). Die Asymmetrie der einzelnen Kurven und die Unterschiede zwischen ihnen aufgrund der unterschiedlichen Fahrtrichtung des Einkoppelspiegels lassen sich folgendermaßen erklären: Die jeweils erste Kurve entsteht, wenn sich der Piezokristall zusammenzieht und damit die Länge des Resonators vergrößert. Irgendwann erreicht dann die Resonatorlänge einen Punkt in der Nähe der Resonanz, an dem zum ersten Mal nennenswerte Leistung eingekoppelt wird. Dabei kommt es aufgrund der Feldüberhöhung und der starken Fokussierung des Pumplaserstrahls im Kristall lokal zu einer Temperaturerhöhung, die wie in Abbildung 3.6 eine Abnahme des Brechungsindex des roten Lichts zur Folge hat.⁵ Dadurch nimmt nun al-

⁵Die diesem Effekt entgegen wirkende Längenausdehnung des Kristalls ist um ein bis zwei Größenordnungen kleiner.

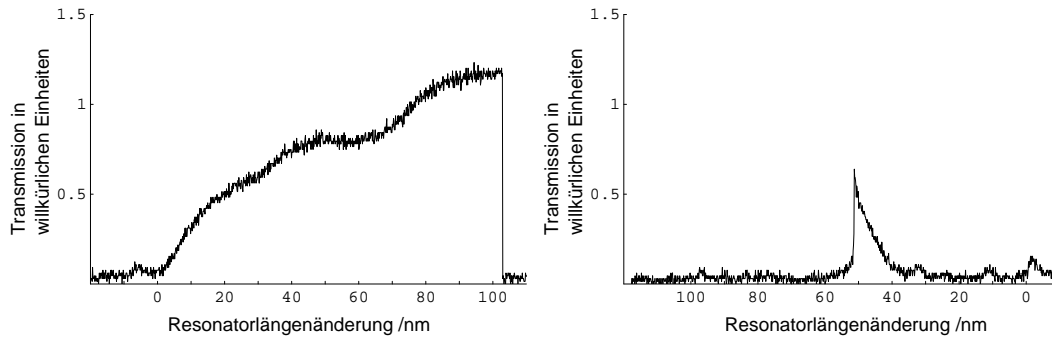


Abbildung 3.11.: Transmission durch den Resonator in der Umgebung der Resonanz bei Phasenanpassung. Im ersten Bild nimmt die Resonatorlänge mit wachsender Zeit t zu und im zweiten Bild ab.

lerdings der optische Weg des infraroten Lichts im Kristall ab, wodurch ein Teil der Längenänderung kompensiert wird. Dies setzt sich nun mit zunehmender eingekoppelter Leistung immer weiter fort, bis schließlich die Resonanz erreicht ist, wodurch sich der langsame und breite Anstieg erklären läßt. Wird an diesem Punkt der Einkoppelspiegel weiter nach außen bewegt, so sinkt nun die Intensität im Resonator ab, was daraufhin eine Abkühlung des Kristalls und damit eine Erhöhung des Brechungsindex zur Folge hat. Dadurch nimmt der optische Weg im Kristall wieder zu und der Resonator ist noch weiter von der Resonanzbedingung entfernt, was wiederum zu einem weiteren Absinken der Intensität des Pumplichts führt, usw. Dadurch kommt es dann zu einem plötzlichen Abriß der transmittierten Intensität.

Betrachtet man nun jeweils den zweiten Graphen, so tritt hier genau der gegenteilige Effekt auf. Hier wird die Länge des Resonators ständig verkleinert, bis schließlich in der Nähe der Resonanz Licht eingekoppelt wird. Dieses führt zu einer Erhitzung des Kristalls, wodurch der Brechungsindex sinkt und damit der optische Weg kürzer wird. Die beiden Parameter (Bewegung des Einkoppelspiegels und Temperaturerhöhung im Kristall) wirken in dieselbe Richtung, was zu einem schnellen Anstieg zur Resonanz führt. Danach wird der optische Weg im Kristall mit zunehmender Abkühlung wieder länger, so daß nun die beiden Effekte gegeneinander arbeiten. Da aber in diesem Fall für die Erwärmung des Kristalls weniger Zeit zur Verfügung steht, da er durch diesen Effekt sehr schnell über die Resonanz gefahren wird, kommt es zu keiner so starken Erwärmung wie im ersten Fall und man erhält somit auch keine so stark verbreiterte Kurve.

Wird die Temperatur geändert, so daß Frequenzverdopplung auftritt, so werden diese Effekte noch verstärkt, da nun auch blaues Licht im Resonator vorhanden ist, für das der Kristall einen wesentlich höheren Absorptionskoeffizienten besitzt. Gleichzeitig sorgt das blaue Licht auch für eine stark erhöhte Infrarotabsorption (siehe Abschnitt 3.1.3), die im wesentlichen quadratisch mit der Intensität des Pumplichts ansteigt.

Diese hier besprochenen Effekte können nicht durch die Temperaturstabilisierung

3. Frequenzverdoppler

aufgefangen werden, da diese die Temperatur an der Oberfläche des Kristalls mißt und die hier besprochene Erwärmung nur in einem kleinen, stark lokalisierten Bereich um die Strahlachse auftritt. Mit der Zeit führt dies zu einem stationären Temperaturgefälle zwischen der gekühlten Fläche des Kristalls und dem wärmeren Inneren, so daß die gemessene Temperatur nicht exakt mit der eigentlichen Kristalltemperatur im Strahl übereinstimmt, wodurch das Einstellen der optimalen Phasenangepassungstemperatur erschwert wird.

Ein weiteres, weitaus gravierenderes Problem, das durch die hier besprochene Erwärmung auftritt, ist durch den plötzlichen Abfall der Intensität in der Nähe der Resonanz gegeben. Das führt dazu, daß die Stabilisierung der Resonatorlänge auf die Resonanz instabil wird, da nun schon relativ kleine Schwankungen zu einem Abriß der Intensität und dadurch zu einer Verschiebung der Resonanz führen, so daß die Stabilisierung plötzlich außerhalb des Fangbereichs sitzt. In Abbildung 3.12 ist ein typisches Fehlersignal

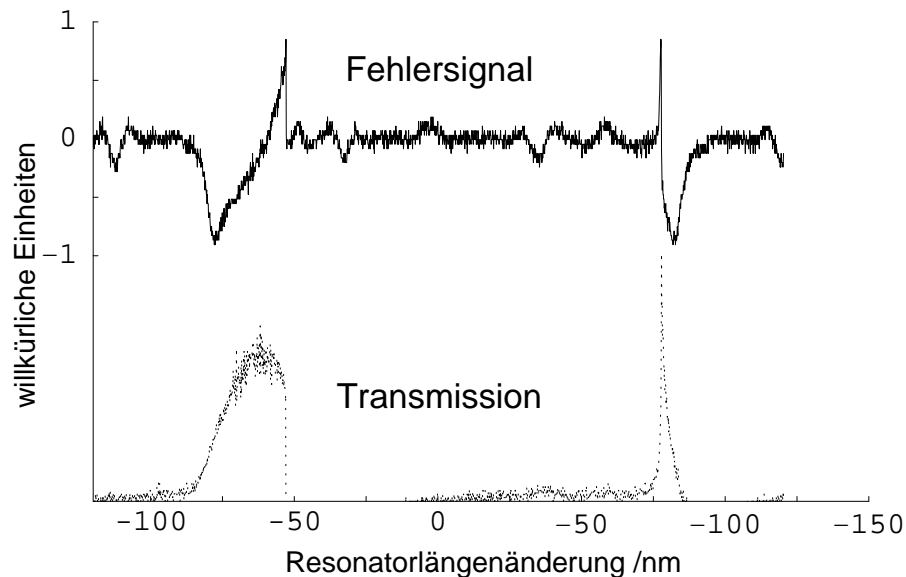


Abbildung 3.12.: Fehlersignal der Pound-Drever-Stabilisierung und Transmission des Resonators, beim Durchfahren der Resonanz in beiden Richtungen. Dabei liegt der Nulldurchgang nicht exakt an der Stelle des plötzlichen Intensitätsabrißes, wodurch ein stabiler Betrieb des Resonators möglich wird.

eingezeichnet, bei dem durch Verdrehen des Detektors ein leicht verändertes Stabilisierungssignal eingestellt wird. Durch dieses Verdrehen trifft nur noch der äußere Teil des reflektierten Strahls auf den Detektor, in dem die Anteile höherer transversaler Moden des Resonators mit anderer Resonanzlänge stärker vertreten sind. Dadurch wird der Nulldurchgang etwas in Richtung dieser Resonanzen verschoben und liegt nicht mehr

exakt an der Stelle, an der die Transmission ihren Einbruch besitzt. Damit wird nun wieder eine Stabilisierung möglich, aber es ergibt sich das Problem, daß die Stabilität des Resonators umso größer wird, je weiter der Nulldurchgang des Fehlersignals von der Resonanz entfernt ist, da der Fangbereich in einer Richtung durch die Lage des plötzlichen Intensitätsabrisses beschränkt ist. Man steht hier also vor dem Problem, daß man zwischen einem möglichst stabilen Betrieb des Frequenzverdopplers und einer möglichst hohen ausgekoppelten Leistung abwägen muß. Im vorliegenden Fall wurde ein mit Abbildung 3.12 vergleichbares Fehlersignal gewählt, wobei allerdings Einbußen in der Intensität des blauen Lichts in der Größenordnung von 20 – 30% in Kauf genommen werden mußten.

3.2.3. **Intensitätsschwankungen in der zweiten Harmonischen**

Beschreibung der auftretenden Effekte

In diesem Abschnitt wird auf die Effekte eingegangen, die beobachtet werden können, wenn beim Durchfahren der Resonanz zusätzlich zur Transmission auch die Intensität der erzeugten zweiten Harmonischen aufgenommen wird. In Abbildung 3.13 sind diese beiden Intensitäten, die für unterschiedliche Temperaturen bei Durchfahrt durch das breite Transmissionsmaximum mit einer Frequenz von 10^{-2} Hz aufgenommen wurden, dargestellt.

Auf diesen Darstellungen zeigt sich ein sehr merkwürdiges Verhalten der Intensität der zweiten Harmonischen. Im ersten Bild, bei Temperaturen fernab von der optimalen Phasenanpassung, wird kein blaues Licht erzeugt. Nähert man sich allerdings der Phasenanpassungstemperatur (Bild mit $T = 17,4^\circ\text{C}$), so entsteht blaues Licht, wobei auffällt, daß dessen Intensität nicht, wie eigentlich zu erwarten wäre, mit der des eingekoppelten infraroten Lichts ansteigt. Es zeigt sich stattdessen in der Intensität eine Art Oszillation, die mit zunehmender Annäherung an die optimale Phasenanpassung immer ausgeprägter wird. Die Intensität der zweiten Harmonischen steigt erst mit der des Pumplichts an, um dann wieder, bei weiter steigender Intensität des infraroten Lichts, nahezu auf Null abzufallen. Anschließend steigt die Intensität des blauen Lichts wieder an und der Vorgang setzt sich so lange fort, bis aufgrund des oben besprochenen Temperatureffekts der Resonator die Resonanz plötzlich verläßt.

Desweiteren fällt auf, daß immer genau in dem Moment, in dem die Intensität des blauen Lichts abnimmt, die Transmission des infraroten Lichts stärker ansteigt als gewöhnlich, um dann beim Anstieg der Konversion wieder leicht abzufallen, wenn viel Pumplicht in die zweite Harmonische konvertiert wird. Dieses Verhalten läßt sich einfach dadurch erklären, daß sich mit abnehmender Intensität des blauen Lichts aufgrund des Energieerhaltungssatzes natürlich mehr Infrarotlicht im Resonator befinden muß, wodurch dessen Transmission ansteigt.

Ein weiterer Effekt fällt auf, wenn man das erzeugte blaue Licht genauer beobachtet. So zeigt sich, daß sich dessen Strahlausrichtung und Strahlgeometrie leicht ändern,

3. Frequenzverdoppler

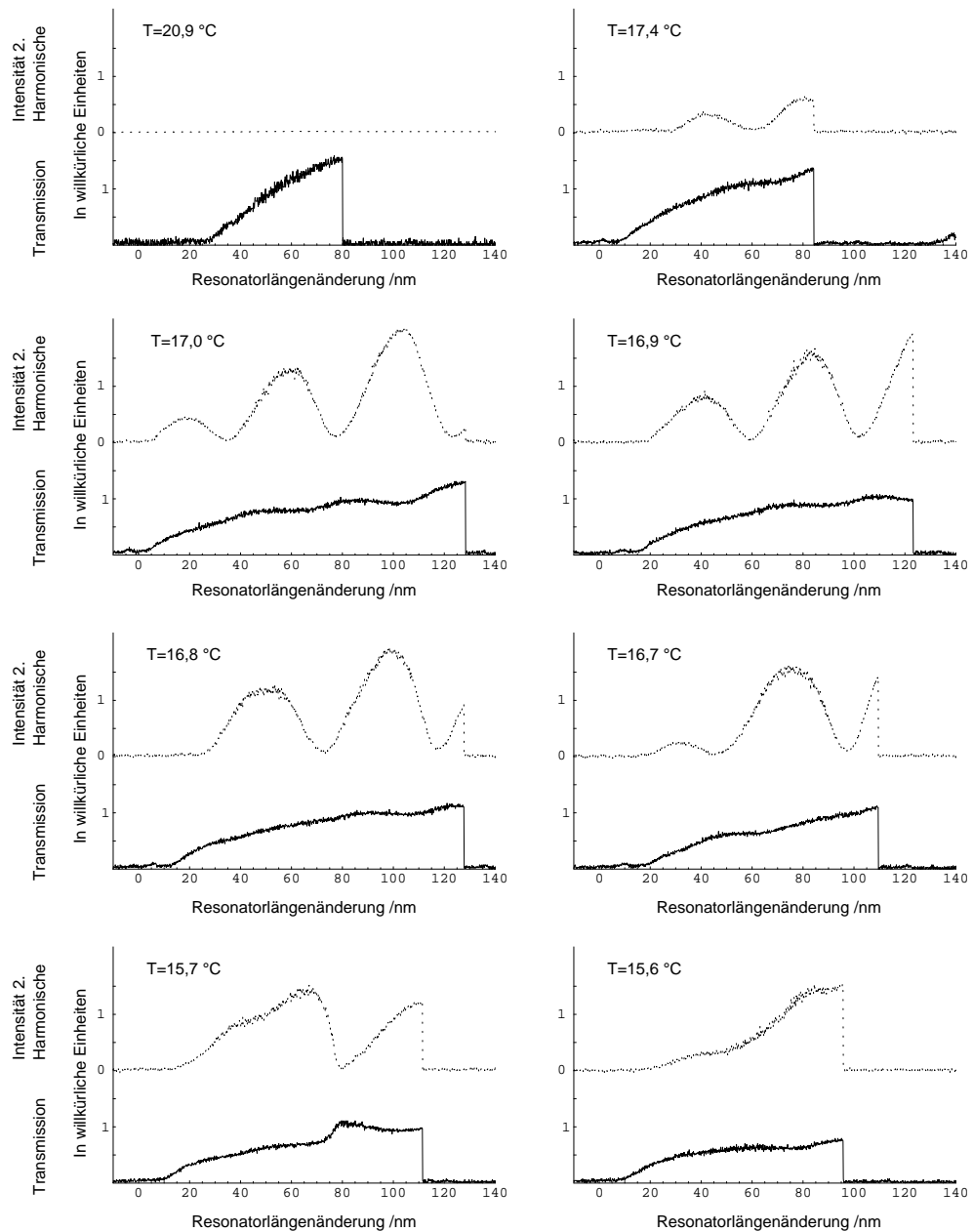


Abbildung 3.13.: Gemessene Intensität der Transmission und der zweiten Harmonischen. Dabei wird die Kristalltemperatur ausgehend von 20,9° ständig abgesenkt, bis schließlich für die Abbildungen 3-6 die optimale Phasenangepassungstemperatur erreicht ist. Bei weiterer Absenkung der Temperatur ergeben sich schließlich die letzten beiden Abbildungen.

wenn man die Resonanz langsam durchfährt, bis schließlich, bei Erreichen eines der hier besprochenen Minima der Intensität des blauen Lichts, der erzeugte Strahl keine Gemeinsamkeiten mit einer TEM₀₀-Mode mehr zeigt und durch einen Gaußstrahl höherer Ordnung beschrieben werden muß. Im transmittierten oder reflektierten Infrarotlicht zeigen sich allerdings keine solchen Veränderungen in der Strahlgeometrie. Es behält während der gesamten Durchfahrt durch die Resonanz seinen runden Strahlquerschnitt bei. Die Frage nach der Ursache dieses Verhaltens der zweiten Harmonischen wird im nächsten Abschnitt untersucht.

Der hier besprochene Effekt stellt ein großes Problem bei der Stabilisierung des Resonators dar. Wenn man sich durch die Festlegung eines Stabilisierungspunktes genau in ein Minimum der blauen Intensität setzt, so erhält man nur sehr geringe Leistungen im Bereich von weniger als 0,5 mW. Die Position der Minima der Oszillationen des blauen Lichts ist, wie aus Abbildung 3.13 ersichtlich, extrem temperaturabhängig. Dadurch ergeben sich auch bei der Wahl eines Maximums als Stabilisierungspunkt große Probleme, da schon minimale Änderungen der Kristalltemperatur, die trotz Temperaturstabilisierung auftreten können, eine Verschiebung dieser Maxima und Minima zur Folge haben. Dies äußert sich schließlich in einer mit der Zeit stark variierenden Intensität der erzeugten zweiten Harmonischen. Um dies zu vermeiden, wurde die Tatsache ausgenutzt, daß diese Oszillationen bei Temperaturen unterhalb der Phasenanstimmungstemperatur (wie in Abbildung 3.13 dargestellt) nicht mehr auftreten, was allerdings wie im vorangegangenen Kapitel eine Verringerung der Intensität des frequenzverdoppelten Lichts zur Folge hat.

Mögliche Erklärungen

Eine mögliche Erklärung für dieses Verhalten ist, daß für bestimmte Temperaturen und Längen des Resonators der in Kapitel 2.3.3 besprochene Fall des dreifach resonanten optischen parametrischen Oszillators auftritt. D.h. bei den Resonatorlängen, bei denen die Intensität des blauen Lichts stark absinkt, geht ein großer Teil der Leistung in zwei störende Moden mit den Frequenzen $\omega + \Delta\omega$ und $\omega - \Delta\omega$ über, die gleichzeitig mit dem Pumplicht resonant sind. Durch diesen Effekt ließe sich das Absinken der Intensität des blauen Lichts und das parallel dazu verlaufende Ansteigen des Infrarotlichts erklären. In diesem Fall sollte das vom Resonator reflektierte Licht an den Positionen mit minimaler Intensität im blauen Licht eine große Beimischung von Licht mit den Frequenzen der beiden störenden Moden besitzen, wodurch sich dieser Effekt nachweisen ließe.

Um dies zu untersuchen, wurde das vom Resonator reflektierte Licht auf einen konfokalen Resonator geschickt und dessen Transmission untersucht. Sollte also die obige Annahme zutreffen, dann müßten im reflektierten Licht drei Wellenlängen vorhanden sein, die als verschiedene Transmissionsmaxima zu erkennen wären. In Abbildung 3.15 ist die Transmission des zur Analyse verwendeten Resonators dargestellt.

Das erste Bild zeigt die Transmission des Analyseresonators im Fall des Minimums an blauer Intensität und im zweiten Bild wurde zum Vergleich die Transmission bei

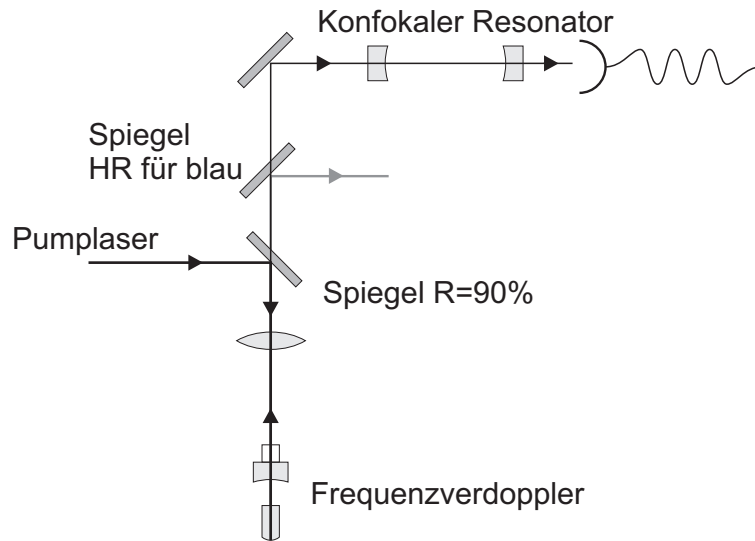


Abbildung 3.14.: Darstellung des zur Analyse der im reflektierten Strahl enthaltenen Wellenlängen verwendeten Aufbaus. Das vom Resonator reflektierte, infrarote Licht trifft auf einen konfokalen Resonator, aus dessen Transmission man Aussagen über die Frequenzverteilung der Spektrums, des auf ihn treffenden Lichts erhält.

unterbrochenem Resonator aufgenommen. Wie aus dieser Abbildung ersichtlich ist, unterscheiden sich die beiden Fälle nicht, womit die Existenz von Beimischungen mit anderer Frequenz im infraroten Licht und damit auch die Erklärung des merkwürdigen Verhaltens des blauen Lichts durch diesen Effekt auszuschließen ist.

Eine weitere mögliche Erklärung für die hier beobachteten Oszillationen könnte das Auftreten einer Phasenverschiebung zwischen dem Pumplicht und der zweiten Harmonischen sein, was effektiv zu einer geringeren Konversionseffizienz führen würde. Diese Phasenverschiebung könnte dadurch entstehen, daß es durch die hohe Absorption im Kristall zu einer vom Abstand zur Strahlmitte abhängigen Längenänderung des Kristalls kommt. Die dadurch entstehenden mechanischen Spannungen könnten sich die Eigenschaften der hochreflektierenden Seite des Spiegels dahingehend verändern, daß es bei der Reflexion an dieser Schicht zu einer Änderung der relativen Phase der beiden Felder kommt. Als weitere Ursachen könnten der in Kapitel 2.3.3 angesprochene effektive Kerr-Effekt und die dadurch bewirkten nichtlinearen Phasenverschiebungen, oder die durch die ungleichmäßige Erwärmung im Kristall lokal variierenden Brechungsindizes in Frage kommen. Die genaue Untersuchung der Ursache dieses Phänomens geht allerdings weit über den Rahmen dieser Diplomarbeit hinaus.

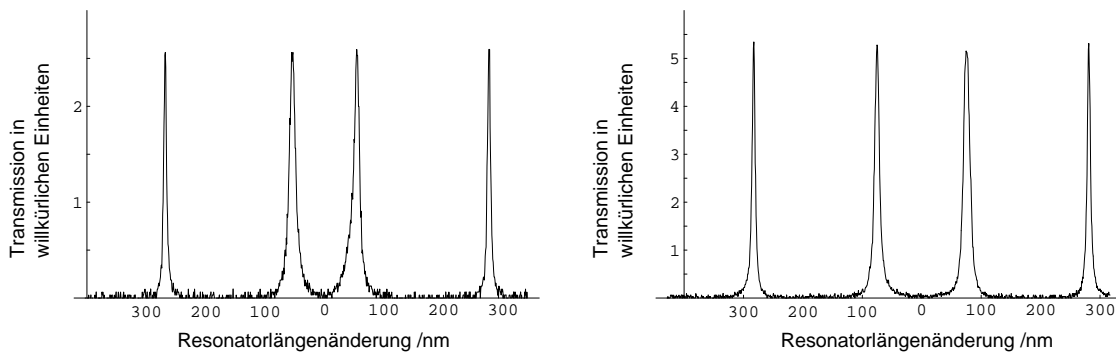


Abbildung 3.15.: Darstellung der Transmission durch den Analysesonator, wobei im ersten Bild die Intensität des im Frequenzverdoppler erzeugten blauen Lichts ein Minimum durchlief und im zweiten Bild nur das direkt vom Einkoppelspiegel reflektierte Licht analysiert wurde.

3.2.4. Langzeitstabilität

Zur Untersuchung der Stabilität des Laserlichts wurde die Temperatur so eingestellt, daß die im vorangegangenen Kapitel erwähnten Oszillationen nicht mehr auftraten, und das Stabilisierungssignal wurde so gewählt, daß es einen stabilen Betrieb des Frequenzverdopplers gewährleistet.

Mit diesen Einstellungen wurde dann die Stabilisierung aktiviert. In Abbildung 3.16 ist der typische zeitliche Verlauf der ausgekoppelten Leistung des blauen Lichts dargestellt, wobei auffällt, daß die nach dem Einschalten der Stabilisierung gemessene Intensität zunächst langsam ansteigt⁶. Dieser langsame Anstieg kommt dadurch zustande, daß der Kristall auf eine Temperatur unterhalb der Phasen Anpassung abgekühlt wurde, was nun zur Folge hat, daß sich der Kristall zunächst langsam durch die absorbierte Lichtintensität erwärmen muß und erst nach einer gewissen Zeit eine gute Phasen Anpassung erreicht wird.

Nach dem Anstieg erkennt man, daß es eine bestimmte Zeit dauert, bis sich der Resonator auf einen Punkt mit stabiler Konversionsrate eingeschwungen hat. Dieses Verhalten wird vermutlich durch langsame Temperaturänderungen verursacht, die eine Verschiebung der in Kapitel 3.2.3 dargestellten Oszillationen bewirken. Nach einer gewissen Zeit erreicht der Einschwingvorgang einen stabilen Bereich, in dem die Intensität nur noch geringe Schwankungen aufweist. In Abbildung 3.17 ist der zeitliche Verlauf der gemessenen Lichtleistung nach dem Einschwingvorgang dargestellt. Dabei zeigt sich, daß das Licht zwar kurzzeitliche Schwankungen im Bereich von ca. 10% durchführt, aber im langzeitlichen Mittel die Leistung stabil bleibt. Die Herkunft der dort zu beobachtenden kurzzeitlichen Intensitätsschwankungen konnte noch nicht geklärt werden.

⁶Der Resonator benötigt ca. 20 Sekunden um seine maximale Leistung zu erreichen.

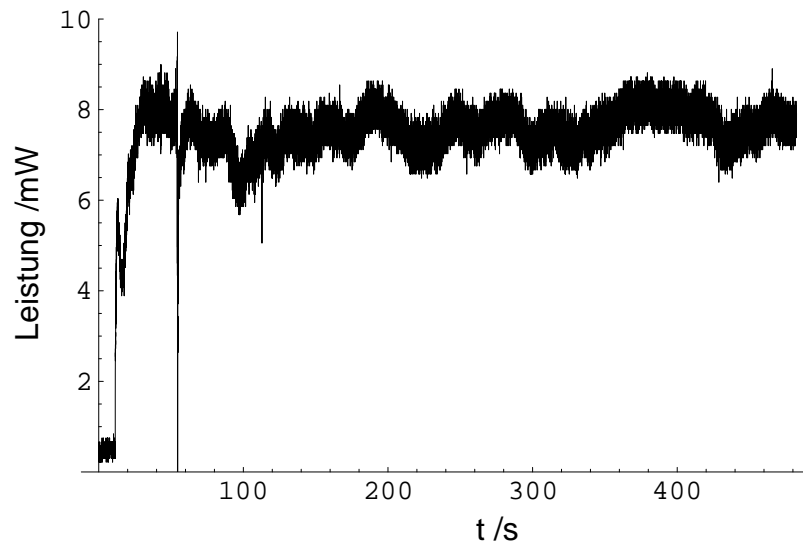


Abbildung 3.16.: Darstellung der sofort nach dem Einschalten der Stabilisierung aus dem Frequenzverdoppler emittierten Leistung der zweiten Harmonischen. Der kurze Einbruch bei $t = 50$ s entstand durch eine während der Messung auftretende Störung, die von der Stabilisierung korrigiert wurde.

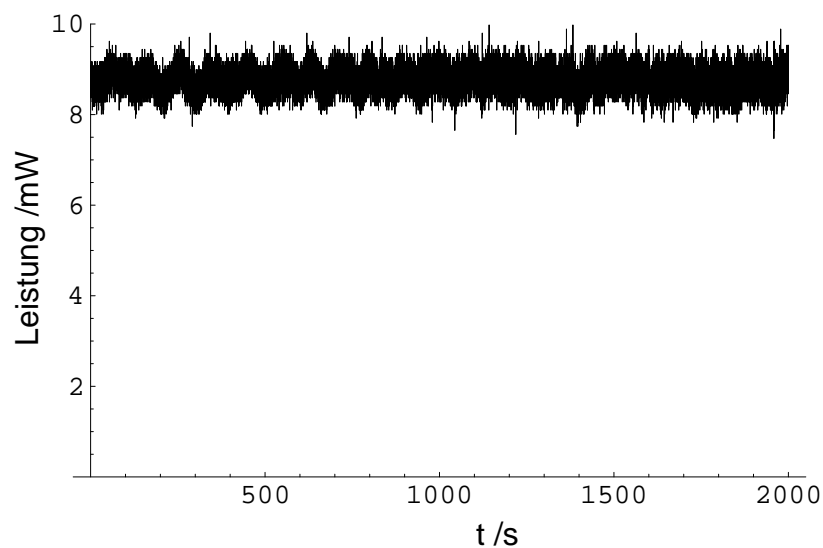


Abbildung 3.17.: Darstellung der aus dem Frequenzverdoppler emittierten Leistung der zweiten Harmonischen, nachdem einige Minuten gewartet wurde, bis der Einschwingvorgang abgeklungen war.

Die in diesem Beispiel ausgekoppelte konstante Leistung von 8 mW (gemessen hinter dem Infrarotfilter) entstand bei einer auf den Resonator treffenden Leistung von 93 mW, was einer Konversionseffizienz von 8,6% entspricht. Im nicht stabilisierten Betrieb wurden auch Leistungen von 12 mW beobachtet, bei denen allerdings aufgrund der oben besprochenen Effekte kein stabiler Betrieb des Frequenzverdopplers möglich war.

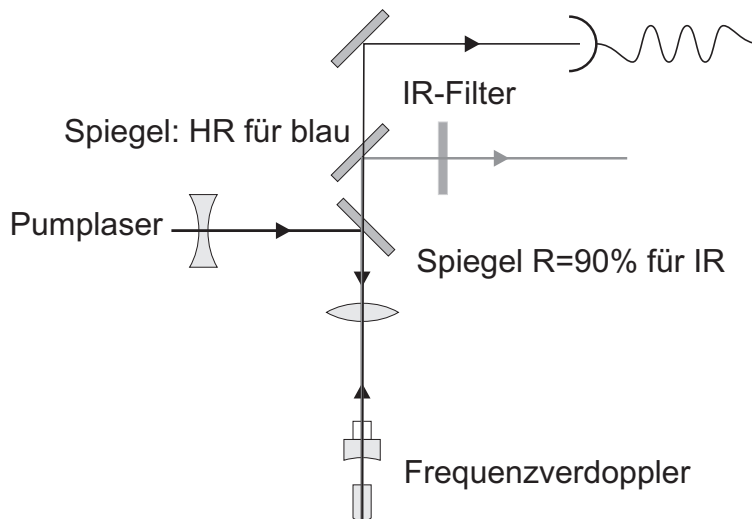


Abbildung 3.18.: Darstellung des ersten verwendeten Aufbaus zur Einkopplung in den Frequenzverdoppler. Die Trennung des blauen und infraroten Lichts fand an einem Spiegel statt, der für blau hochtransmittierend ist und für infrarot eine Reflektivität von 90% aufweist.

Die hier dargestellten Ergebnisse wurden bei einem etwas anderen Aufbau als in Abbildung 3.1 aufgenommen, wobei in dem im Moment verwendeten Aufbau trotz einer auf den Resonator einfallenden Leistung von 123 mW nur maximal 7 mW an stabilem blauem Licht erzeugt werden. Der wesentliche Unterschied zwischen der jetzigen Form (Abbildung 3.1) und dem damaligen Aufbau (Abbildung 3.18) besteht in der Art der Trennung der beiden Frequenzkomponenten. Zuerst wurde ein Spiegel verwendet, der für blaues Licht hochtransmittierend ist und für Infrarotlicht (in S-Polarisation) eine Reflektivität von 90% aufweist. Da diese Reflektivität allerdings für P-polarisiertes Licht wesentlich schlechter ist, ist durch diesen Spiegel die Polarisation des infraroten und damit auch des blauen Lichts festgelegt.

In der momentanen Form wird das blaue Licht direkt nach dem Resonator durch einen wellenlängenabhängigen Spiegel reflektiert. Das Problem liegt nun darin, daß das stark konvergente IR-Licht vor dem Einfall auf den Resonator diesen (unter einem Winkel von 45° stehenden) Spiegel passieren muß. Dadurch wird das Strahlprofil des Pumpstrahls stark verzerrt und man erhält einen elliptischen Strahl, der sich nur schlecht in den

3. Frequenzverdoppler

Resonator einkoppeln läßt⁷.

Die gewonnenen Leistungen von bis zu 7 mW reichen allerdings immer noch aus, um den im zweiten Teil dieser Diplomarbeit aufgebauten Resonator zu betreiben, in dem die spontane parametrische Fluoreszenz stattfindet, da die Intensität dort um das 10 bis 15-fache verstärkt wird, so daß genügend Leistung zur Verfügung steht, um eine ausreichende Anzahl an verschränkten Photonen zu erzeugen.

Zusammenfassend kann man sagen, daß mit dem aufgebauten Frequenzverdoppler eine Lichtquelle zur Verfügung steht, die stabil eine Leistung von 6,5 mW bei einer Wellenlänge von 428 nm in einer einzigen longitudinalen Mode liefert. Diese Ausgangsleistungen lassen sich im Moment noch nicht mit blauen Laserdioden erreichen, so daß wir auf die Verwendung der Frequenzverdopplung angewiesen sind. Durch eine geeignete Wahl des farbtrennenden Spiegels sollte sich mit dem angegebenen Aufbau noch eine Leistungssteigerung auf 14 mW bei gleichzeitigem stabilen Betrieb erreichen lassen.

⁷Der Grund für den Umbau lag darin, daß im ersten Fall das blaue Licht auf vertikale Polarisation festgelegt war, für das weitere Experiment allerdings horizontal polarisiertes Licht benötigt wird.

4. Spontane parametrische Fluoreszenz

In diesem Kapitel wird der zweite wesentliche Teil dieser Diplomarbeit, die durch einen Resonator verstärkte spontane parametrische Fluoreszenz, dargestellt. Dabei werden zunächst der prinzipielle Aufbau und die dazu verwendeten Komponenten vorgestellt und danach die Eigenschaften des Resonators und der aus dem BBO-Kristall erzeugten Photonenpaare besprochen.

4.1. Darstellung der einzelnen Komponenten

4.1.1. Aufbau

Der Aufbau und die dazu verwendeten Komponenten zur Erzeugung von verschränkten Photonenpaaren sind in Abbildung 4.1 dargestellt.

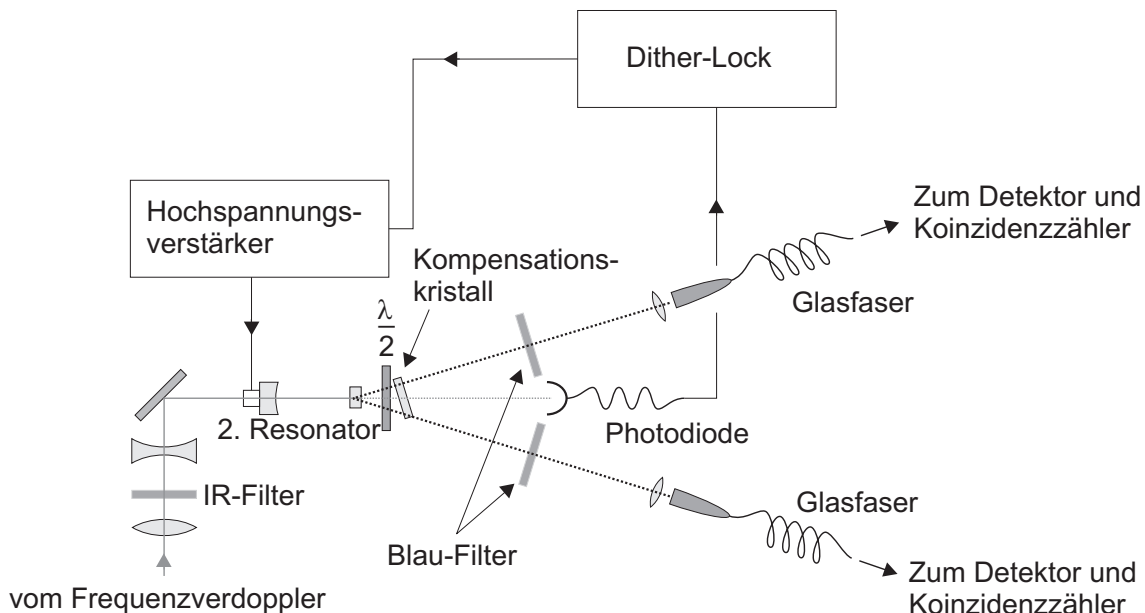


Abbildung 4.1.: Darstellung der zur Erzeugung der korrelierten Photonen benötigten Anordnung.

Als Lichtquelle dient der im vorangegangenen Abschnitt besprochene Frequenzverdoppler. Da das dabei erzeugte Licht keine wesentlichen Asymmetrien in den Strahlquerschnitten zeigt, sind hier keine besonderen Schritte zur Verbesserung des Strahlprofils notwendig. Um die Intensität des infraroten Anteils, der immer noch im Strahl vorhanden ist, zu mindern, wird der Strahl über drei Spiegel, die alle (unter 45°) für die blaue Wellenlänge hochreflektierend und für das infrarote Licht hochtransmittierend sind, auf den zweiten Resonator umgeleitet. Da trotz dieser drei Spiegel immer noch nicht vernachlässigbare infrarote Anteile vorhanden waren, wurde noch ein Filter (Schott: BG 39) eingesetzt, der laut Hersteller eine Abschwächung des Infrarotlichts um den Faktor 10^{-6} bewirkt.

Der Strahl wird mit zwei Linsen auf den Resonator fokussiert, der ebenso wie der Frequenzverdoppler aus einer linearen Anordnung von Einkoppelspiegel und BBO-Kristall besteht. Die Vorderseite des Kristalls ist sowohl für Wellenlängen von 428 nm als auch 856 nm antireflexbeschichtet, während die Rückseite nur für das infrarote Licht hochtransmittierend ist und im Gegensatz dazu für das blaue Licht eine hohe Reflektivität aufweist. Die Kristallrückseite stellt somit den zweiten Spiegel des Resonators dar. Da sie nicht gekrümmt ist, ist der Punkt der minimalen Strahlbreite der Resonatormode auf diesen Spiegel festgelegt. Das restliche durch die hochreflektierende Schicht des Kristalls tretende Licht wird zur Stabilisierung des Resonators mit Hilfe eines Ditherlock-Verfahrens verwendet.

In dem Kristall findet nun die Typ-II-SPF statt. Die Photonen treten entlang des in Abschnitt 2.3.4 besprochenen Doppelkegels aus und werden dann in zwei Glasfasern eingekoppelt. Durch richtiges Positionieren der Einkoppeleinheiten auf die Schnittgeraden der beiden Kegel werden nur die Photonen aufgefangen, die Polarisationsverschränkung zeigen. Um die durch die unterschiedlichen optischen Weglängen der Photonen im Kristall verursachte raumzeitliche Unterscheidbarkeit zu verhindern, werden ein $\lambda/2$ -Plättchen und ein zweiter BBO-Kristall der halben Dicke direkt hinter den ersten Kristall gestellt¹.

4.1.2. Der optische Resonator

Aufbau des Resonators

Da die bei der spontanen parametrischen Fluoreszenz erzeugten Photonenpaarraten proportional zur Intensität der Pumpwelle sind, ist es aufgrund der relativ geringen Leistung des blauen Lichts notwendig, einen optischen Resonator zur Intensitätserhöhung des Pumplichts zu verwenden. Der prinzipielle Aufbau des Resonators ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Der Einkoppelspiegel ist auf beiden Seiten für Infrarotlicht hochtransmittierend, um später eventuell auch die in Rückwärtsrichtung erzeugten Photonenpaare aufsammeln zu können. Auf der gekrümmten Seite ($R = 300$ mm) besitzt er für das

¹Da der zweite Kristall eine andere Orientierung der optischen Achse besitzt als der erste, muß er gegen die Strahlrichtung gekippt werden.

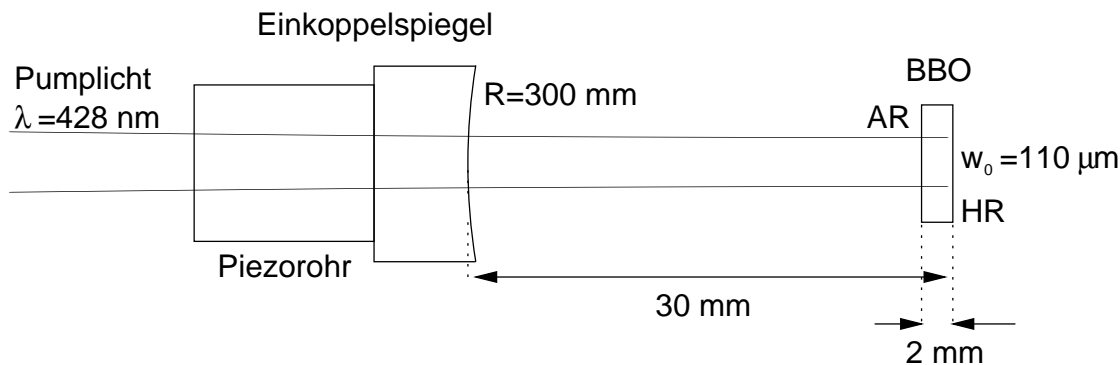


Abbildung 4.2.: Schematische Darstellung des Resonators, der durch den mit Hilfe eines Piezorohres verschiebbaren Einkoppelspiegel und die verspiegelte Rückseite des BBO-Kristalls gebildet wird. Die Breite der Resonatormode ist stark übertrieben gezeichnet.

blaue Licht eine Reflektivität von 97% und auf der planen Seite ist er hochtransmittierend. Um die Anzahl der optischen Flächen möglichst gering zu halten, wird als zweiter Spiegel die durch eine dielektrische Beschichtung für blaues Licht hochreflektierende Rückseite des BBO-Kristalls verwendet. Damit die erzeugten Photonenpaare den Kristall möglichst einfach verlassen können, ist diese Seite des weiteren für infrarotes Licht hochtransmittierend.

Die Strahlbreite des blauen Lichts wurde so berechnet, daß man eine Halbwertsbreite von 5 nm für die Wellenlängen ($\lambda = 856 \text{ nm}$) der ausgekoppelten Photonenpaare erhält.

Um den Resonator zu stabilisieren, wird der Einkoppelspiegel auf einem Piezorohr angebracht und durch Anlegen einer kleinen Wechsellspannung hin- und herbewegt. Aus dem transmittierten Licht läßt sich dann mit Hilfe eines Lock-In-Verstärkers ein Stabilisierungssignal gewinnen, mit dessen Hilfe der Resonator auf Resonanz gehalten wird.

Eigenschaften des Kristalls

Für diesen Aufbau wurde als Material für den nichtlinearen Kristall Barium-Beta-Borat (BBO) verwendet, das das Standardmaterial für die meisten Anwendungen der parametrischen Fluoreszenz darstellt. BBO ist ein uniaxialer Kristall, dessen Brechungsindizes nur eine geringe Temperaturabhängigkeit besitzen. Eine Temperaturstabilisierung ist deshalb nicht notwendig ist.

Um eine möglichst hohe Verschränkung der Photonen und eine optimale Strahlform zu erhalten, wird die optische Achse des Kristalls so orientiert, daß sich die beiden Emissionskegel möglichst unter einem Winkel von 90° schneiden, so daß man ein möglichst rundes Emissionsgebiet der Photonenpaare erhält. Dabei ergibt sich für die hier verwendeten Wellenlängen ein Winkel der optischen Achse des Kristalls zur Strahlausbreitungsrichtung von $40,3^\circ$. In Abbildung 4.3 sind die Emissionskegel für diese Orientierung für

den Fall $\lambda_1 = \lambda_2 = 856$ nm dargestellt. Der Pumpstrahl fällt dabei als außerordentlich polarisierter Strahl auf den Kristall, der wiederum so orientiert ist, daß sich die in der Abbildung dargestellte Anordnung der Emissionskegel ergibt. Der Pumpstrahl verläuft durch den Ursprung des Koordinatensystems.

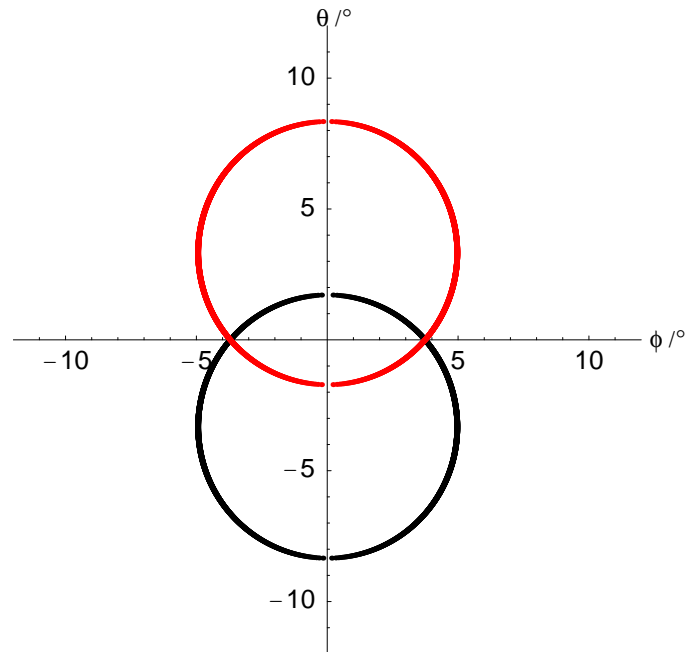


Abbildung 4.3.: Darstellung der Emissionskegel für eine Orientierung der optischen Achse von $\Theta = 40,3^\circ$. Die Photonen mit der Wellenlänge $\omega_1 = \omega_2 = 856$ nm treten entlang der Kreise aus dem Kristall aus, während der Pumpstrahl durch den Ursprung des dargestellten Diagramms läuft.

Zur Ermittlung der optimalen Strahlbreite des Pumpstrahls wurde zuerst der Divergenzwinkel der bei der SPF erzeugten Photonen bestimmt, der sich aus der Halbwertsbreite des gewünschten Wellenlängenintervalls ergibt. Daraus läßt sich dann, unter der (hier nicht völlig zutreffenden) Annahme einer dem gaußschen Gesetz gehorchenden Strahlausbreitung der Photonenpaare, die minimale Strahlbreite im Kristall bestimmen. Um optimalen Überlapp der Pumpmode und der beiden SPF-Moden zu erhalten, müssen die Strahlbreiten der drei Moden im Kristall übereinstimmen, woraus man schließlich die minimale Strahlbreite des Pumpstrahls erhält.

4.1.3. Einkoppeleinheit

Um die bei der spontanen parametrischen Fluoreszenz erzeugten Photonenpaare mit möglichst geringen Verlusten in die Fasern einzukoppeln, werden in ihrer horizonta-

len und vertikalen Ausrichtung gegenüber der Einkoppellinse² verstellbare Faserkoppler verwendet. Die gesamte Anordnung ist weiterhin auf Verschiebetischen montiert, so daß sie zusätzlich in den beiden transversalen Strahlrichtungen verschoben werden kann. Die Linse zur Fokussierung der Photonen auf die Faser ist so angebracht, daß nach der gaußschen Optik eine optimale Einkopplung in die Faser erreicht wird. Bei den hier verwendeten Fasern handelt es sich um Single-Mode-Fasern, das heißt in der Faser ist Lichtausbreitung nur in der TEM_{00} -Mode möglich. Durch Verwendung von Single-Mode-Fasern wird die Einkopplung von störendem Streulicht aus dem Kristall oder der Umgebung stark vermindert, da nur Licht, das modenangepaßt auf die Faser fällt, sich in dieser weiter ausbreiten kann. In Abbildung 4.4 ist die Einkopplung der erzeugten Photonen in die Fasern dargestellt.

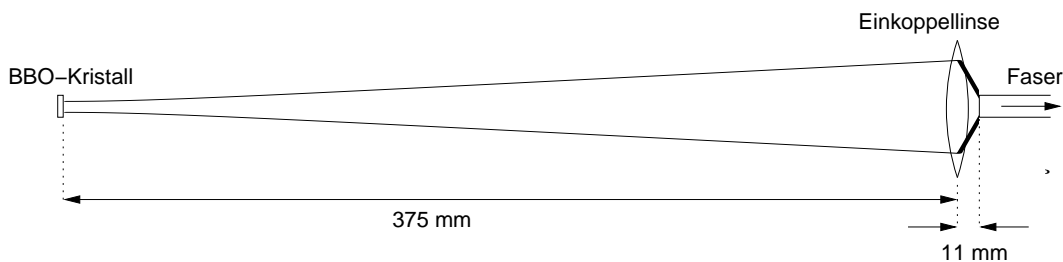


Abbildung 4.4.: Strahlverlauf der im Kristall erzeugten Photonen bis zur Faser. Da diese unter einem Winkel von ungefähr 4° aus dem Kristall austreten, müßte der dargestellte Strahl eigentlich noch um diesen Winkel gegenüber dem Kristall verkippt werden.

4.2. Eigenschaften des Resonators

4.2.1. Charakteristische Parameter des Resonators

Der in diesem Aufbau verwendete Einkoppelspiegel weist für das blaue Pumplicht eine Reflektivität von 97% auf, und die auf dem Kristall aufgedampfte Schicht, die den zweiten Spiegel darstellt, besitzt einen Reflexionskoeffizienten von näherungsweise 100%. Mit diesen beiden Reflektivitäten und der optische Weglänge zwischen den beiden Spiegeln des Resonators von 31,2 mm ergibt sich schließlich ein freier Spektralbereich von $\Delta\nu = 4,8$ GHz. Aus der Halbwertsbreite der Transmissionsmaxima $\Delta\nu_{1/2} = 71$ MHz erhält man schließlich für die Finesse des Resonators $F = 67,5$, was wesentlich kleiner ist als der theoretisch aus den Spiegelreflektivitäten berechnete Wert von 200, woran sich schon erkennen läßt, daß die Verluste im Resonator größer sind als erwartet. Mit

²Der Abstand von Einkoppellinse und Faserkoppler läßt sich zur besseren Fokussierung ebenfalls einstellen.

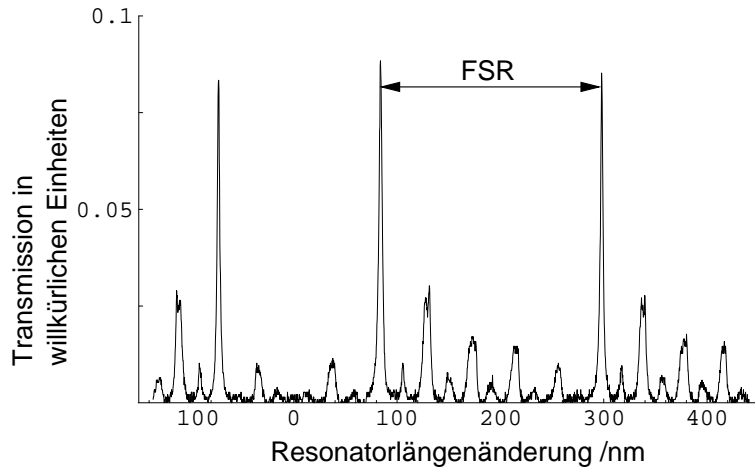


Abbildung 4.5.: Transmission durch den Resonator, während der Durchfahrt durch mehrere freie Spektralbereiche.

Hilfe der Finesse läßt sich nun die Absorption berechnen (siehe Gleichung 2.48) und man erhält daraus:

$$\alpha_{abs} = 9,9 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm optischer Weg}} \quad (4.1)$$

Die hier bestimmte Absorptionskonstante ist wesentlich größer als im Fall des Frequenzverdopplers, was vermutlich an einer imperfekten Justage des Resonators liegt³, wodurch wesentlich höhere Verluste durch Reflexion entstehen. Wie in Abbildung 4.5 gut zu sehen ist, treten neben der TEM₀₀-Mode noch mehrere andere transversale Moden auf, was ein Indiz für eine noch nicht optimale Spiegelausrichtung ist. Bei der Justage des Resonators ergibt sich desweiteren das Problem, daß die Strahlausrichtung der im Frequenzverdoppler erzeugten zweiten Harmonischen leicht schwankt, so daß sich der Resonator nicht optimal justieren läßt und man unter diesen Umständen keine vollständige Modenanpassung erreichen kann. Das reduziert natürlich auch die erreichbare Überhöhung der im Resonator umlaufenden Leistung.

Mit Hilfe der Absorptionskonstante läßt sich nun die Überhöhung der Intensität im Resonator nach Gleichung 2.47 bestimmen. Man erhält damit schließlich für die Verstärkung der einfallenden Intensität einen Wert von 13,7. Für eine auf den Resonator einfallende Leistung von ca. 6 mW ergibt sich daraus schließlich eine auf den BBO-Kristall treffende Leistung von 82 mW, die für eine gute Zählrate bei der spontanen parametrischen Fluoreszenz ausreicht.

³Die Justage des Resonators wird durch die beiden fast planen Spiegelflächen äußerst kritisch.

4.2.2. Temperatureffekte

Um zu untersuchen, ob hier ebenfalls wie beim ersten Resonator starke Temperatureffekte zu erkennen sind, wurde die Resonatorlänge mit verschiedenen Frequenzen moduliert. In Abbildung 4.6 ist die Transmission des Resonators für eine Oszillationsfrequenz des Einkoppelspiegels von 30 Hz dargestellt, wobei sich hier keine Asymmetrien in den verschiedenen Transmissionsmaxima erkennen lassen.

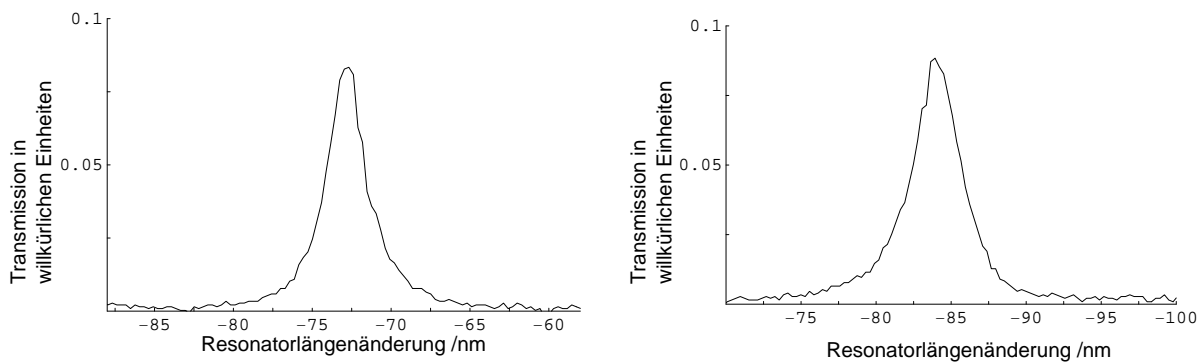


Abbildung 4.6.: Transmission durch den Resonator bei einer Oszillationsfrequenz des Einkoppelspiegels von 30 Hz. Dabei ist die erste Abbildung bei zunehmender und die zweite bei abnehmender Resonatorlänge aufgezeichnet worden, wobei sich hier keine wesentlichen Unterschiede zwischen den beiden Abbildungen zeigen.

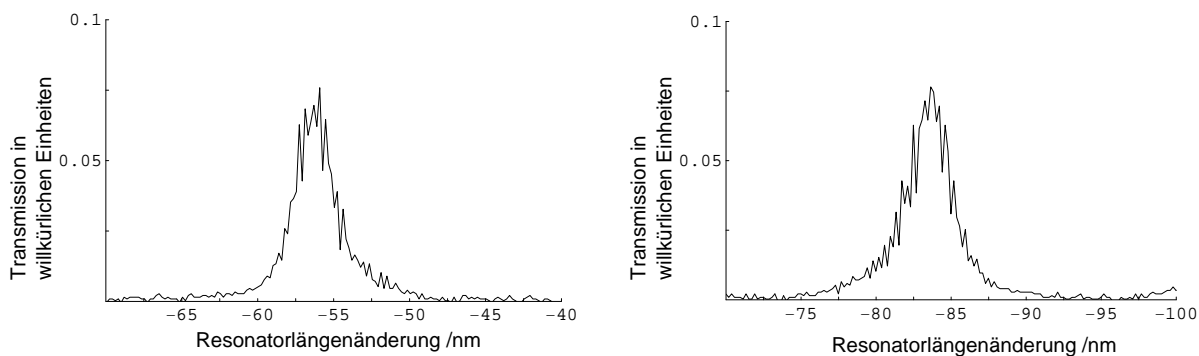


Abbildung 4.7.: Transmission durch den Resonator bei einer Oszillationsfrequenz des Einkoppelspiegels von 0,1 Hz. Die erste Abbildung entspricht wieder dem bei zunehmender und die zweite dem bei abnehmender Resonatorlänge aufgenommenen Transmissionsmaximum.

Insgesamt sieht man hier kaum Abweichungen von der zu erwartenden Linienform der Transmission und auch bei der in Abbildung 4.7 dargestellten erheblich langsameren Modulation lassen sich keine wesentlichen Änderungen der Linienformen erkennen.

Da alle Linien im wesentlichen eine gute Symmetrie aufweisen und keine Unterschiede zwischen langsamen und schnelleren Oszillationen zu beobachten sind, scheint hier nur eine geringe Temperaturänderung im Kristall stattzufinden, wobei allerdings auch beachtet werden muß, daß in BBO nur eine wesentlich geringere Änderung des Brechungsindex mit der Temperatur erfolgt, wodurch ein Mitziehen der Resonanz nicht möglich ist. Auf jeden Fall erlaubt der Wegfall der asymmetrischen Transmissionslinien einen wesentlich stabileren Betrieb des Resonators.

4.2.3. Rückkopplung

Wenn man den Einkoppelspiegel des Resonators vor- und zurückbewegt, um die Transmissionsmaxima zu bestimmen, so fällt auf, daß das reflektierte Licht neben dem scharfen Einbruch der Reflexion bei Resonanz eine sinusförmige Modulation aufweist, die mit dem freien Spektralbereich des Resonators übereinstimmt (siehe Abbildung 4.8). Während dieser Modulation schwankt die Intensität des blauen Lichts um bis zu 30%. Diese Schwankungen sind vermutlich auf Interferenzen des vom Einkoppelspiegel in den Resonator des Frequenzverdopplers reflektierten Lichts mit der dort gerade erzeugten zweiten Harmonischen zurückzuführen. Nur wenn dieses zurückreflektierte Licht phasengleich zum erzeugten Licht eintrifft, kommt es zu keiner destruktiven Interferenz. Bei allen anderen Phasenlagen ergibt sich ein wesentlicher Einbruch in der Konversionseffizienz. Diese Interferenz ist aufgrund des langen Weges von kleinsten Störungen abhängig, so daß sich keine zeitlich konstante Phasenlage zwischen der zurückreflektierten und der gerade erzeugten Welle einstellt.

Dieser Effekt könnte die Ursache dafür sein, daß die Hänsch-Couillaud-Stabilisierung[27], die eigentlich für den zweiten Resonator eingesetzt werden sollte, nicht verwendet werden konnte. Bei diesem Verfahren wird die Polarisation des vom Resonator reflektierten Lichts untersucht. Dieses Licht ist nun allerdings aufgrund der Rückkopplung nicht nur von der momentanen Resonanzbedingung des Resonators abhängig, sondern zusätzlich noch von der augenblicklichen Phasenbeziehung der beiden Resonatoren, was vielleicht erklären kann, warum es hier nicht möglich war, mit diesem Verfahren ein ausreichendes Stabilisierungssignal zu erhalten.

Eine weitere Konsequenz dieser Rückkopplung ist, daß die starken zeitlichen Schwankungen in der Intensität des blauen Lichts auch ebenso große Schwankungen in den Erzeugungsraten der korrelierten Photonen zur Folge haben, was sich natürlich je nach Verwendungszweck störend auswirken kann. Um dies zu kompensieren, kann zum einen ständig die Intensität des durch den Resonator transmittierten blauen Lichts gemessen werden. Da die Photonenerzeugungsraten proportional zu dieser Intensität sind, können somit die Schwankungen durch Normierung der Zählraten auf eine bestimmte Leistung korrigiert werden.

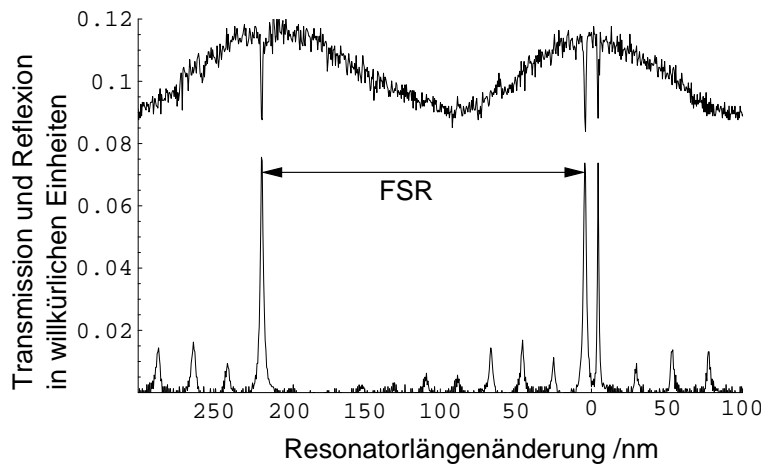


Abbildung 4.8.: Darstellung des vom Resonator tranmitierten und reflektierten Lichts. Im Reflektierten Licht ist eine Modulation zu sehen, deren Periode mit dem freien Spektralbereich (FSR) des Resonators übereinstimmt.

Eine Alternative zu dieser rein mathematischen Lösung besteht darin, den Resonator leicht zu verdrehen, so daß das ankommende Licht nicht mehr in den Frequenzverdoppler zurückreflektiert wird, wodurch die unerwünschten Interferenzen ausbleiben sollten. Da dies allerdings aufgrund des unvollständigen Modenüberlapps eine geringere Überhöhung der Leistung im Resonator zur Folge hat, ist diese Lösung nicht erstrebenswert und wurde auch nicht angewandt.

4.3. Eigenschaften der erzeugten Photonenpaare

4.3.1. Zählraten und zeitliche Statistik

Zählraten

Die zur Einkopplung der emittierten Photonenpaare verwendete Optik wurde zunächst mit Hilfe eines schmalbandigen Interferenzfilters mit einer Zentralwellenlänge von 853 nm so justiert, daß die beiden Koppler möglichst gut auf die Kreuzungspunkte ausgerichtet sind. Da die hier verwendeten Filter allerdings gegenüber der gewünschten Wellenlänge der erzeugten Photonenpaare von 856 nm ein um 3 nm verschobenes Transmissionsmaximum aufweisen, wurden diese nach der Grobjustage entfernt. Anschließend wurden die Koppler auf maximale Einzel- und Koinzidenzzählraten justiert. Dabei ergaben sich die in Abbildung 4.9 dargestellten Zählraten bei einer auf den Resonator einfallenden Intensität von 6 mW. Diese Abbildung zeigt relativ stabile und nur wenig schwankende Einzel- und Koinzidenzzählraten. Die Koinzidenzzählrate ist dabei um den

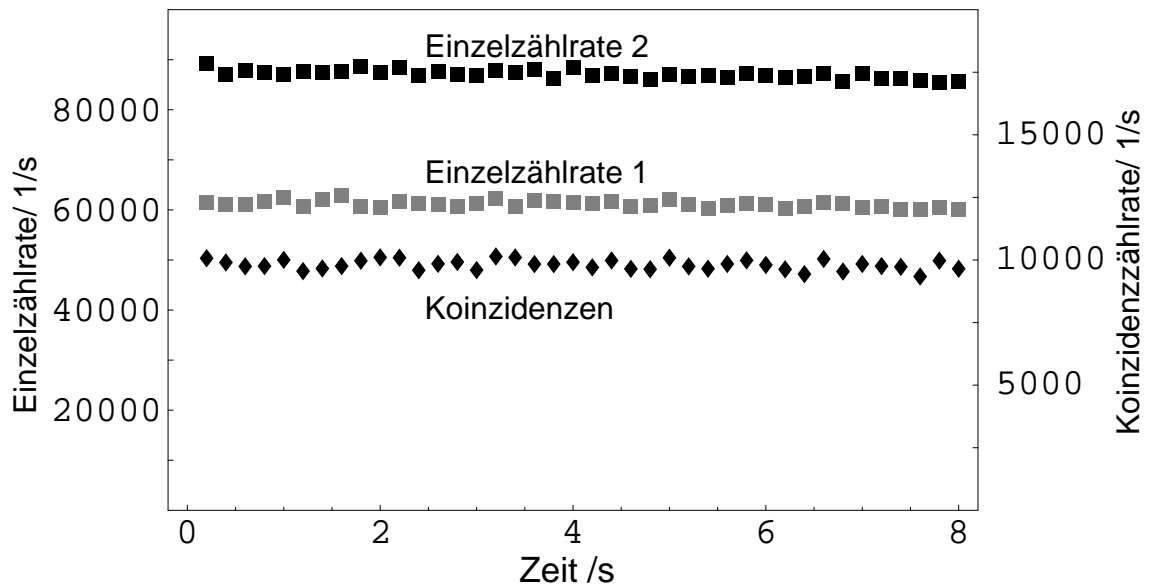


Abbildung 4.9.: Darstellung der Einzel- und Koinzidenzzählraten bei einer Pumpleistung von 6 mW bei stabilisiertem Resonator.

Faktor 6 kleiner als die kleinere Einzelzählrate, was dem in solchen Anordnungen bei optimaler Justage üblicherweise erhaltenem Faktor 5 schon sehr nahe kommt. Die Koinzidenzzählraten liegen bei dieser Leistung zwischen 8000 und 10000 Ereignissen pro Sekunde⁴ und sind somit nur noch um den Faktor 2-3 von den typischerweise von Argon-Ionen-Lasern gelieferten Zählraten von ca. 25000 Koinzidenzen pro Sekunde (bei ca. 125 mW Pumpleistung) entfernt.

Um das Verhalten der Zählraten bei einer Änderung der Resonanzbedingung des zweiten Resonators⁵ zu untersuchen, wurden schließlich die Einzel- und Koinzidenzzählraten, sowie die durch den Resonator transmittierte Intensität während der Durchfahrt durch die Resonanz aufgenommen. Daraus ergibt sich das in Abbildung 4.10 dargestellte Bild. Man erkennt dabei, daß erwartungsgemäß die Einzelzählraten proportional zur transmittierten Intensität abnehmen, und daß die Koinzidenzen außerhalb der Resonanz auf Null absinken.

⁴Die Schwankungen werden durch die sich ändernde Phase der Rückkopplung des vom SPF-Resonator reflektierten Lichts verursacht.

⁵Damit ist der Resonator für das blaue Licht gemeint.

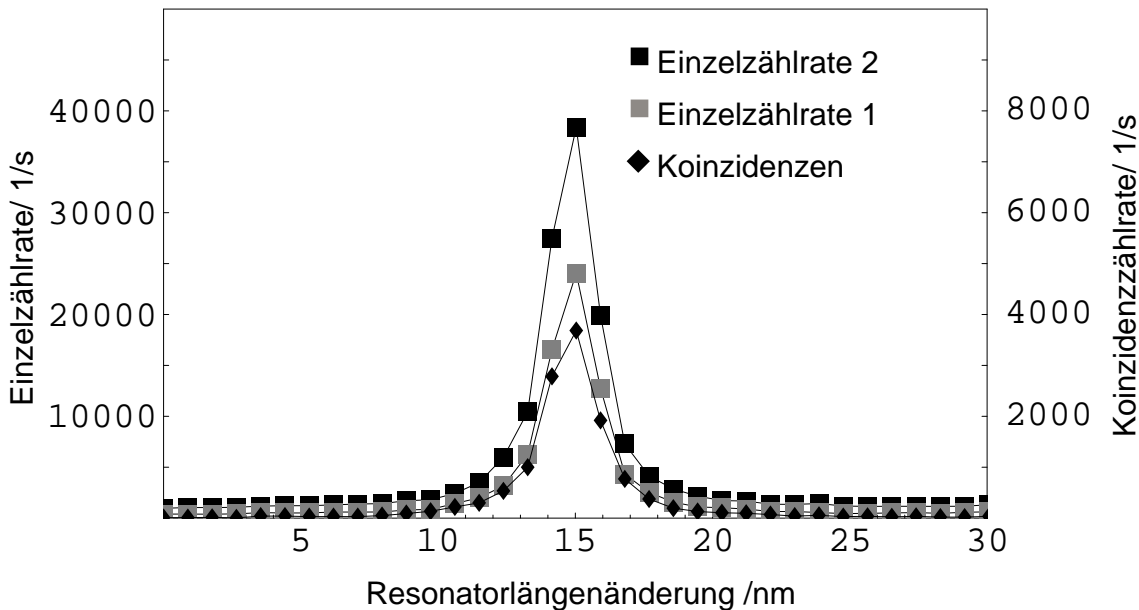


Abbildung 4.10.: Darstellung der Einzel- und Koinzidenzzählraten bei Veränderung der Resonatorlänge.

Statistik der Detektionszeitpunkte

Um die zeitliche Verteilung der Detektionszeitpunkte zu erhalten, wurde einer der beiden von den Photodioden erzeugten Pulse am Oszilloskop als Trigger verwendet und der andere durch ein längeres Kabel um ca. 60 ns verzögert an das Oszilloskop gesendet. An diesem wird dann die Zeitdifferenz zwischen dem Eintreffen der beiden Signale gemessen und daraus ein Histogramm erstellt. In Abbildung 4.11 ist die so gewonnene Statistik der Detektionszeitpunkte logarithmisch dargestellt. Es zeigt sich dabei ein scharfes Maximum bei einem zeitlichen Abstand der beiden Signale von 57,4 ns, was dem durch das Verzögerungskabel bewirkten Zeitunterschied entspricht. In Abbildung 4.12 wurde die Region um das zentrale Maximum mit höherer Zeitauflösung aufgenommen. Dabei zeigt sich, daß dieses eine Breite von ungefähr 1,2 Nanosekunden aufweist. Diese Breite ist im wesentlichen auf den Detektionsprozess und nicht auf einen zeitlichen Unterschied in den Erzeugungszeitpunkten der beiden Photonen zurückzuführen.

Koinzidenzfenster

Bei allen in diesem Kapitel durchgeführten Messungen wurde ein Koinzidenzfenster von 24,3 ns verwendet, d.h. wenn innerhalb dieser Zeit von beiden Detektoren ein Photon registriert wird, wird dies von der Koinzidenzlogik als Paarereignis gewertet. Dadurch

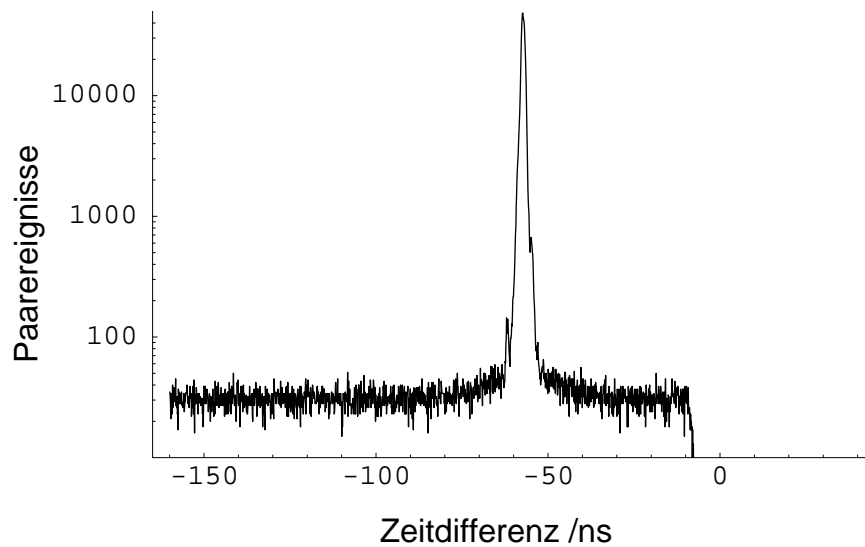


Abbildung 4.11.: Logarithmische Darstellung der Detektionszeitpunkte der bei der spontanen parametrischen Fluoreszenz erzeugten Photonenaare. Ein Detektionssignal wurde dabei aus elektronischen Gründen um ca. 60 ns verzögert, so daß das Maximum bei einem Wert von -57,4 ns liegt.

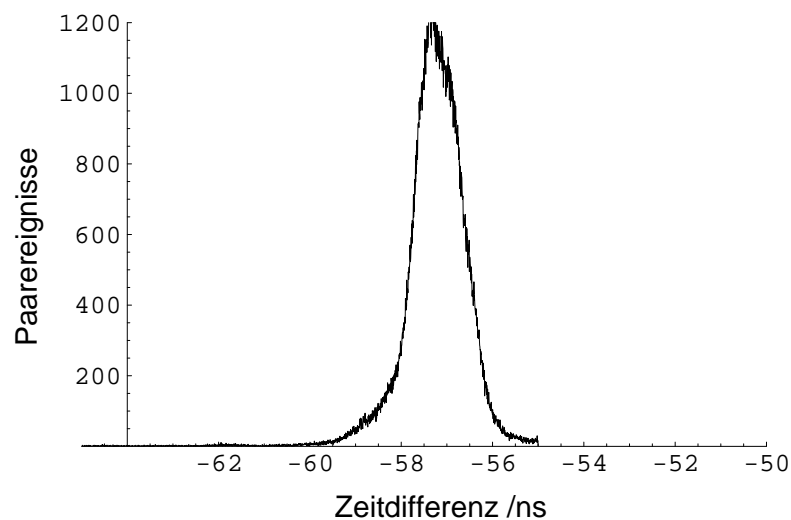


Abbildung 4.12.: Darstellung der Detektionszeitpunkte der Photonenaare. Dabei wurde aus elektronischen Gründen ein Signal um ca. 60 ns verzögert. Aus der Grafik ergibt sich eine Halbwertsbreite des zentralen Maximums von 1,2 ns.

kann es auch passieren, daß zwei unabhängige Photonen, die zufällig innerhalb dieser Zeitspanne an den Detektoren gemessen werden, als Koinzidenz erfaßt werden. Die Anzahl dieser zufälligen Koinzidenzen läßt sich einfach berechnen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei der Detektion eines Photons am Detektor E_1 innerhalb des Koinzidenzfensters vom anderen Detektor ein Photon registriert wird, ist gleich der Einzelzählrate E_2 mal dem Zeitfenster Δt . Die Anzahl der zufälligen Ereignisse pro Sekunde erhält man schließlich durch Multiplikation dieses Werts mit E_1 , so daß sich die Anzahl der pro Sekunde detektierten zufälligen Koinzidenzen aus dem Produkt der beiden Einzelzählraten mit der Breite des Koinzidenzfensters ergibt. Bei der obigen Messung (Abbildung 4.9) ergibt sich somit ein Wert von ca. 130 zufälligen Koinzidenzen pro Sekunde. In den im weiteren Verlauf dargestellten Experimenten erhält man allerdings einen wesentlich kleineren Wert, da durch den Einbau von Polarisatoren die Einzelzählraten stark abnehmen.

4.3.2. Untersuchung auf Verschränkung

Aufgrund des in Abschnitt 2.3.5 besprochenen Effekts des Beam-Walk-Offs, werden zur Kompensation der Laufzeitunterschiede ein $\lambda/2$ -Plättchen und anschließend ein 1 mm dicker zweiter Kristall hinter dem ersten Kristall eingefügt. Da die optische Achse des Kompensationskristalls einen Winkel von $50,1^\circ$ zur Strahlrichtung aufweist und damit nicht identisch mit dem zur SPF verwendeten Winkel ist, muß dieser Kristall gekippt werden, um eine gute Verschränkung der Photonenpaare zu erzielen. Um zu untersuchen,

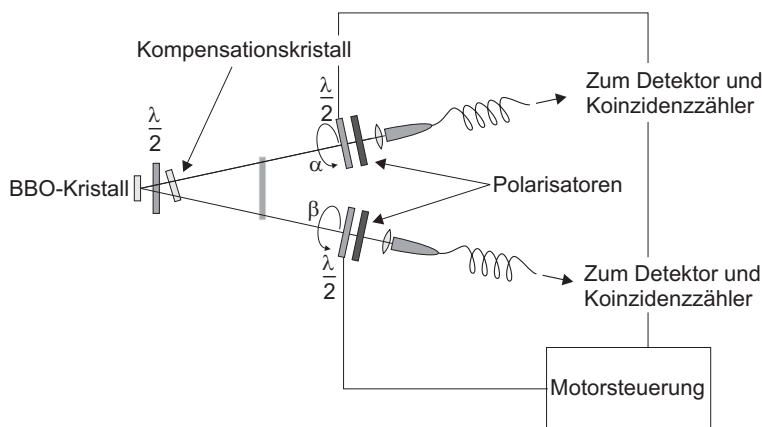


Abbildung 4.13.: Aufbau zur Untersuchung der Verschränkung der Photonenpaare. Die Polarisation der durch den Kompensatorkristall kommenden Photonen wird an den motorgesteuerten $\lambda/2$ -Plättchen gedreht. Abhängig von der jeweiligen Winkelstellung α und β zwischen den $\lambda/2$ -Plättchen und den Polarisatoren erreichen die Photonen die Detektoren oder werden abgelenkt.

ob die hier erzeugten Photonenpaare Verschränkung aufweisen, muß ihr Verhalten unter Polarisationsanalyse untersucht werden. Dabei werden wie in Abbildung 4.13 dargestellt vor beiden Faserkopplern zwei parallel ausgerichtete Polarisatoren angebracht, vor denen noch jeweils ein $\lambda/2$ -Plättchen aufgestellt wird⁶. Die Orientierungen (α bzw. β) der $\lambda/2$ -Plättchen können über einen Schrittmotor unabhängig voneinander eingestellt werden, so daß dadurch die Meßbasis des jeweiligen Polarisators verändert werden kann.

Stellt man nun bei diesem Aufbau eines der beiden $\lambda/2$ -Plättchen auf Null Grad ein, so ergibt sich abhängig von der Einstellung des anderen $\lambda/2$ -Plättchens die in Abbildung 4.14 dargestellte Kurve. Dieses Verhalten läßt sich relativ einfach dadurch erklären, daß

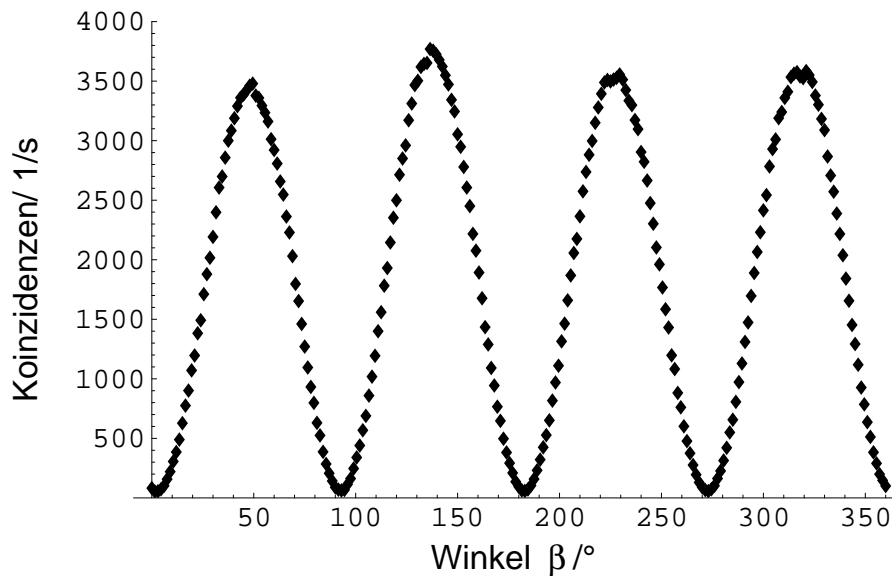


Abbildung 4.14.: Gemessene Koinzidenzen in Abhängigkeit der Einstellung β des zweiten $\lambda/2$ -Plättchens, wobei das erste auf $\alpha = 0^\circ$ eingestellt war. (Die Einzelzählraten lagen bei ca. 21000 bzw. 29000 Ereignisse pro Sekunde.)

die aus dem Kristall austretenden Photonen entweder horizontal oder vertikal polarisiert sind. Im Fall einer Koinzidenz sind die beiden Photonen desweiteren senkrecht zueinander polarisiert, so daß man maximale Zählraten für gekreuzte und minimale Zählraten für parallele Polarisationsanalyse erwartet.⁷ Für die Erklärung der hier sichtbaren Effekte ist also die Verschränkung der beiden Photonen nicht notwendig. Dies ändert sich,

⁶Als Polarisatoren werden Calcit-Rochon-Prismen verwendet, die eine Polarisationsrichtung transmittieren und die dazu orthogonale Polarisation derart ablenken, daß sie nicht in die Fasern eingekoppelt wird.

⁷In dem hier dargestellten Fall werden anstatt der Polarisatoren die davor angebrachten $\lambda/2$ -Plättchen gedreht. Dadurch erhält man maximale Zählraten für die Winkel 45°, 135°, 225° und 315° und minimale Zählraten für die Winkelstellungen 0°, 90°, 180°, 270° und 360°.

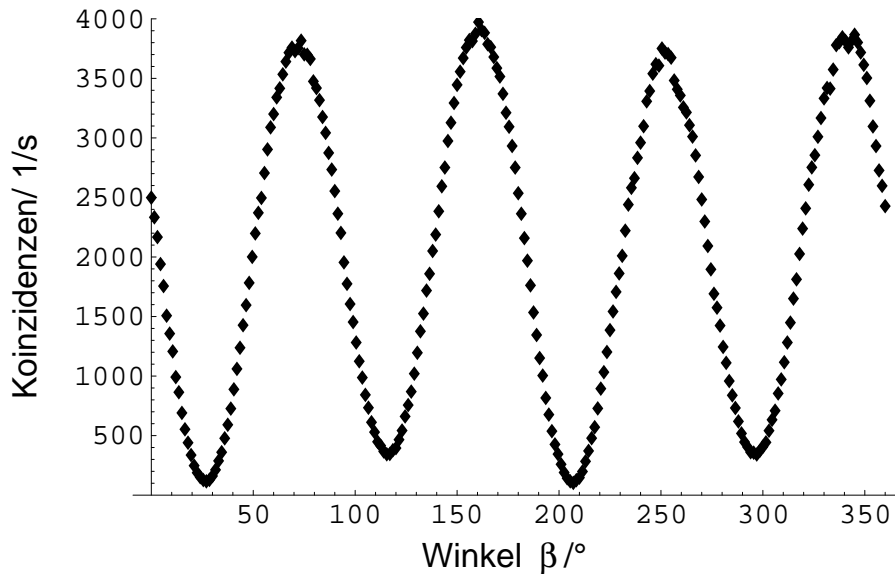


Abbildung 4.15.: Gemessene Koinzidenzen in Abhängigkeit der Einstellung β des zweiten $\lambda/2$ -Plättchens. Das erste $\lambda/2$ -Plättchen wurde dabei auf einen Winkel von $\alpha = -22,5^\circ$ eingestellt. (Die Einzelzählraten lagen bei ca. 21000 bzw. 29000 Ereignisse pro Sekunde.)

wenn man zu einer um 45° gedrehten Meßbasis übergeht, was durch das Drehen des ersten $\lambda/2$ -Plättchens um $-22,5^\circ$ erreicht wird. In diesem Fall würde man ohne Verschränkung keine Modulation erwarten, weshalb sich diese Einstellung der Polarisatoren (bzw. der $\lambda/2$ -Plättchen) wesentlich besser zur Untersuchung der Verschränkung eignet. In Abbildung 4.15 ist die bei dieser Winkelstellung aufgenommene Kurve dargestellt, wobei der Kompensatorkristall so gekippt wurde, daß ein möglichst guter Kontrast zu erkennen ist.

Vergleicht man die beiden Diagramme, so fällt besonders im zweiten Bild auf, daß sich in regelmäßigen Abständen kleine Verschiebungen der Maxima und Minima in vertikaler Richtung zeigen. Diese entstehen vermutlich durch Keilfehler in den $\lambda/2$ -Plättchen, die einen gewissen winkelabhängigen Strahlversatz der Photonen erzeugen, was dazu führt, daß je nach Stellung der Plättchen unterschiedliche Bereiche des Emissionsgebiets auf den Faserkoppler abgebildet werden.

Um die durch diesen Effekt verursachte Verringerung des Kontrastes zu vermeiden, wurden in den folgenden Messungen nur möglichst kleine Winkeleinstellungen verwendet. An die in den Abbildungen 4.14 und 4.15 dargestellten Kurven wurden zur genauen Bestimmung des Kontrastes für kleine Drehwinkel α theoretische Kurven der Art

$$n(\alpha) = n_0 (1 - V \cos(\alpha + \varphi)) \quad (4.2)$$

angepaßt, wobei die Parameter $n(\alpha)$ und n_0 die Koinzidenzzählraten und der Parame-

ter V die sogenannte Sichtbarkeit darstellen. Der Winkel φ berücksichtigt eine mögliche absolute Verdrehung der $\lambda/2$ -Plättchen. Daraus erhält man schließlich für die in der HV-Basis durchgeführte Aufnahme eine Sichtbarkeit von $V = 96,4\%$ und für die in der 45° -Basis durchgeführte Messung einen Wert von $V = 94,2\%$. Die hier dargestellten Kurven wurden auf Schwankungen in der Intensität des blauen Lichts (die hier vernachlässigbar klein waren), allerdings nicht auf zufällige Koinzidenzen korrigiert. Bei den hier gegebenen Zählraten ergeben sich ca. 16 zufällige Koinzidenzen pro Sekunde, wodurch sich bei der Korrektur der Messung eine etwas bessere Sichtbarkeit von $V = 97,4\%$ bzw. $V = 94,7\%$ ergibt.

Mit den hier bestimmten Sichtbarkeiten lassen sich nun die Bellschen Ungleichungen untersuchen, wozu die in Kapitel 2.4 eingeführte CHSH-Gleichung verwendet wurde. Dabei ergaben sich die in Tabelle 4.1 dargestellten Werte, aus denen sich schließlich für

Ergebnis		+1	-1	+1	-1
Winkel		$\alpha = 0^\circ$	$\alpha_S = 45^\circ$	$\alpha' = 22,5^\circ$	$\alpha'_S = 67,5^\circ$
+1	$\beta = -33,75^\circ$	16951	2336	4627	14917
-1	$\beta_S = 11,25^\circ$	1832	19309	15114	5334
+1	$\beta' = -11,25^\circ$	4254	16061	2400	18147
-1	$\beta'_S = 33,75^\circ$	14378	5650	18203	1552

Tabelle 4.1.: Tabelle mit den aus der ersten Messung zur Bellschen Ungleichung erhaltenen Koinzidenzzählraten bei einer Meßzeit von 5 Sekunden. α , α' , β und β' stellen die Winkel des $\lambda/2$ -Plättchens mit maximaler Verletzung der CHSH-Ungleichung dar und α_S , α'_S , β_S und β'_S bezeichnen die Winkel zur jeweils senkrecht dazu orientierten Basis.

die durch Gleichung 2.103 definierte Funktion S der folgende Wert ergibt⁸:

$$S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = |0,800 + 0,512| + |-0,810 - 0,506| = 2,629 \pm 0,0074 \quad (4.3)$$

Dieser Wert weicht um 85 Standardabweichungen⁹ von dem nach EPR maximal erlaubten Wert 2 ab, weist aber auch noch Abweichungen vom nach der Quantenmechanik zu erwartenden Wert von $2\sqrt{2} = 2,828$ auf, die zum einen auf die nicht perfekte Verschränkung (Sichtbarkeit $V = 94,7\%$) der Photonen zurückzuführen ist. Zum anderen traten bei diesem Experiment leichte Abweichungen der gemessenen Winkel von den Winkeln mit maximaler Verletzung der CHSH-Gleichung auf, was sich an den asymmetrischen Werten in Gleichung 4.3 und an der Verschiebung der Kurven in den Abbildungen 4.14 und 4.15 erkennen läßt.

⁸Die in diesem und dem folgenden Versuch gemessenen Zählraten wurden dabei auf Schwankungen in der Intensität des blauen Lichts und auf zufällige Koinzidenzen korrigiert. Ohne diese Korrektur ergibt sich in beiden Fällen ein um 0,7% kleinerer Wert von S .

⁹Die Standardabweichung ergibt sich in diesem Fall aus den Schwankungen in den einzelnen Koinzidenzzählraten, die man aus \sqrt{N}/N erhält.

Aus diesem Grund wurde eine zweite Messung zur Bellschen Ungleichung durchgeführt, bei der diesmal eines der $\lambda/2$ -Plättchen um einen Winkel von 5° gedreht wurde, der sich aus den obigen Messungen ergab. Damit erhielt man die in Tabelle 4.2 darge-

Ergebnis		+1	-1	+1	-1
Winkel		$\alpha = 0^\circ$	$\alpha_S = 45^\circ$	$\alpha' = 22,5^\circ$	$\alpha'_S = 67,5^\circ$
+1	$\beta = -33,75^\circ$	8307	2475	1236	9655
-1	$\beta_S = 11,25^\circ$	2048	9151	8906	1710
+1	$\beta' = -11,25^\circ$	1191	9663	2272	8599
-1	$\beta'_S = 33,75^\circ$	8719	1694	7892	2276

Tabelle 4.2.: Tabelle mit den aus der ersten Messung zur Bellschen Ungleichung erhaltenen Koinzidenzzählraten bei einer Meßzeit von 5 Sekunden. α , α' , β und β' stellen die Winkel des $\lambda/2$ -Plättchens mit maximaler Verletzung der CHSH-Ungleichung dar und α_S , α'_S , β_S und β'_S bezeichnen die Winkel zur jeweils senkrecht dazu orientierten Basis.

stellten Ergebnisse, wodurch man nun analog wie oben für S den Wert

$$S(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = |0,579 + 0,738| + |-0,571 - 0,728| = 2,617 \pm 0,01 \quad (4.4)$$

erhält. Der hieraus ermittelte Wert ist etwas schlechter als der zuvor gemessene Wert von $S = 2,629$, was vermutlich auf eine leichte Dejustage des Kompensationskristalls zurückzuführen ist. Die geringere Anzahl an Koinzidenzen kommt dadurch zustande, daß in diesem Fall nur 2,7 mW an blauem Licht vorhanden waren, während bei der ersten Messung 5 mW verwendet wurden.

Mit den hier durchgeführten Messungen konnte die Verschränkung der erzeugten Photonenpaare klar bestätigt werden, da hier bei zwei Messungen (mit einer Meßzeit von 5 Sekunden pro Meßwert) Verletzungen der Bellschen Ungleichung um 85 bzw. 62 Standardabweichungen festgestellt werden konnten. Desweiteren weisen auch die hohen Sichtbarkeiten bei den in Abbildung 4.14 und 4.15 dargestellten Messungen auf eine Verschränkung der Photonen hin. Zur weiteren Charakterisierung der Photonenpaare wird nun im folgenden Abschnitt deren Spektrum untersucht.

4.3.3. Spektren

Um das Spektrum der mit dieser Quelle erzeugten Photonenpaare zu untersuchen, wurde jeweils einer der beiden Arme über eine Glasfaser direkt auf den Detektor geleitet, während der andere den Umweg über ein Spektrometer nahm. Um die Laufzeitunterschiede der beiden Photonen in dieser Messung zu kompensieren, wurde das Signal des Detektors, der die Photonen mit der kürzeren Wegstrecke mißt, um eine entsprechende Zeit verzögert. Mit diesem Aufbau konnten nun jeweils die Spektren der Einzelphotonen

4. Spontane parametrische Fluoreszenz

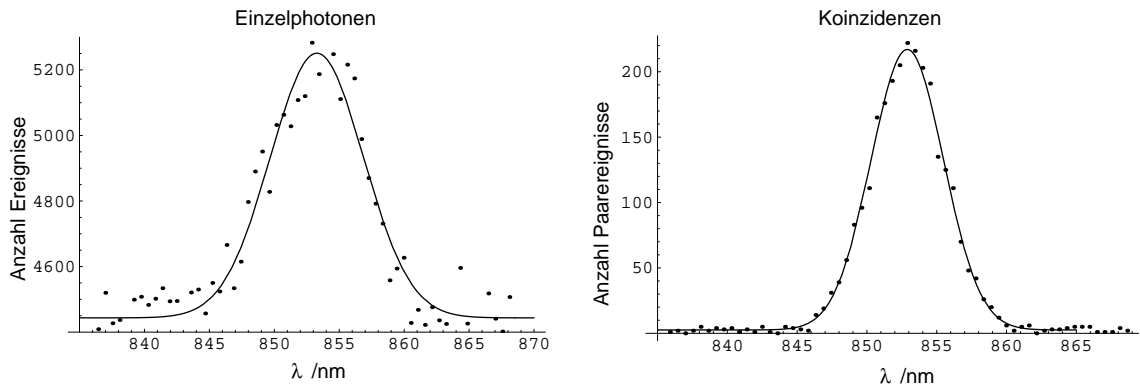


Abbildung 4.16.: Spektren der aus der ersten Faser kommenden Photonen. Dabei ist im ersten Bild das Spektrum der Einzelphotonen und in der zweiten Abbildung das etwas schmalere Spektrum der Koinzidenzen dargestellt.

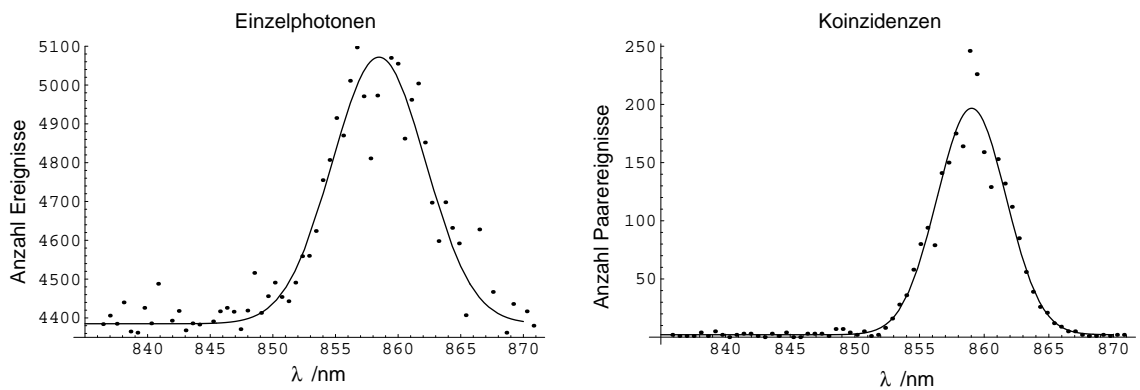


Abbildung 4.17.: Spektren der aus der zweiten Faser kommenden Photonen. Dabei ist in der ersten Abbildung das Spektrum der Einzelphotonen und in der zweiten Abbildung das etwas schmalere Spektrum der Koinzidenzen dargestellt.

und der Koinzidenzen vermessen werden. Dabei ergaben sich für den ersten Arm die in Abbildung 4.16 dargestellten Spektren.

Es zeigt sich, daß die Einzelphotonen ein relativ breites Spektrum mit einer Halbwertsbreite von 8,4 nm aufweisen, während das Spektrum der in Koinzidenz gezählten Photonen mit einer Halbwertsbreite von 6,1 nm wesentlich schmalere ist und in etwa der berechneten Breite von 5 nm entspricht. Die Zentralwellenlänge der Einzelphotonen liegt bei 853,3 nm und die der Koinzidenzen bei 852,9 nm.

Für den zweiten Arm ergaben sich mit derselben Methode die in Abbildung 4.17 dargestellten Spektren. Daraus ergibt sich für diese Einzelphotonen eine Halbwertsbreite

von 8,7 nm und eine Zentralwellenlänge von 858,5 nm, während man für die Koinzidenzen eine Halbwertsbreite von 6,2 nm und eine Zentralwellenlänge von 859,0 nm erhält.

An diesen Spektren fällt auf, daß die Photonen in den beiden Armen unterschiedliche Wellenlängen besitzen, da die beiden Spektren um jeweils ± 3 nm gegenüber der Pumpwellenlänge von 856 nm verschoben sind. Dadurch stellt sich die Frage, warum man überhaupt Verschränkung beobachten kann, obwohl die Photonen aus beiden Armen nun unterscheidbar geworden sind. Dies läßt sich einfach beantworten, wenn man die Emissionskegel in Abbildung 4.18 betrachtet. Es zeigt sich, daß das in die Fasern eingekoppelte

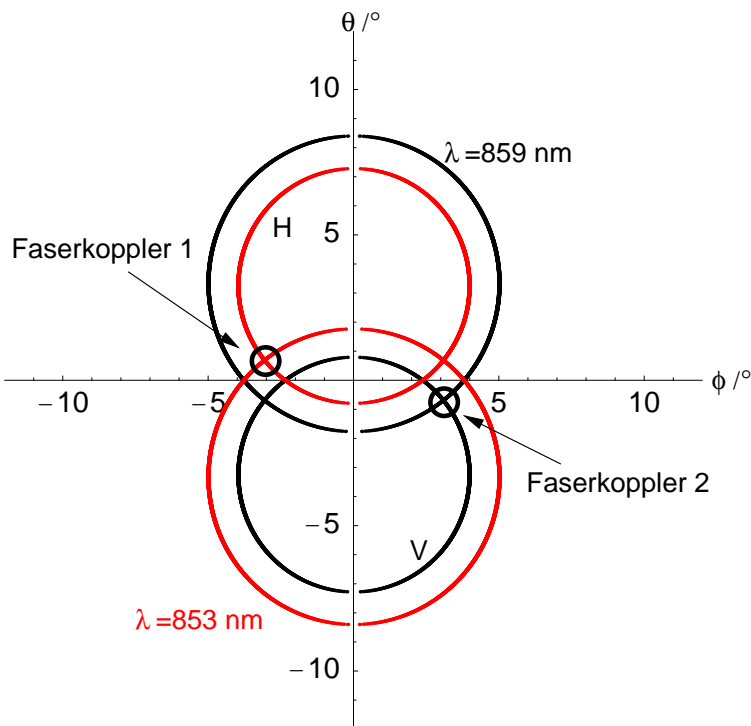


Abbildung 4.18.: Schematische Darstellung der hier aufgesammelten Photonen (Der Abstand der Emissionskegel ist stark übertrieben gezeichnet). Ein Photon, das in die erste Faser eintritt, besitzt die Wellenlänge $\lambda = 853$ nm und ist entweder aus dem oberen Kegel und somit horizontal polarisiert oder aus dem unteren Kegel und damit vertikal polarisiert. Dieselbe Aussage gilt auch für die in die zweite Faser eintretenden Photonen mit einer Wellenlänge von $\lambda = 859$ nm.

Licht immer aus dem Schnittpunkt zweier Kreise mit derselben Wellenlänge ($\lambda = 853$ bzw. $\lambda = 859$ nm) stammt, da ansonsten keine Koinzidenzen sichtbar wären, und daß dessen Polarisation nicht bestimmt ist, da es entweder aus dem horizontal oder vertikal polarisierten Kegel stammt. Desweiteren kann man, wenn man die Polarisation eines der beiden Photonen kennt, sofort Aussagen über die des anderen machen. Mathematisch

läßt sich der Zweiphotonenzustand dadurch folgendermaßen darstellen:

$$|\Psi\rangle = |H, \omega_1\rangle_1 |V, \omega_2\rangle_2 + e^{i\varphi} |V, \omega_1\rangle_1 |H, \omega_2\rangle_2 \quad (4.5)$$

Auch wenn es sich um Photonen unterschiedlicher Wellenlänge handelt, so gibt die jeweilige Wellenlänge allerdings keine Information über die Polarisierung. Dieser Zustand weist daher weiterhin Polarisierungsverschränkung auf.

Die hier auftretenden Wellenlängenunterschiede spielen also für Experimente der oben beschriebenen Art zur Untersuchung der Polarisierungsverschränkung keine Rolle. Sie werden aber wesentlich, wenn mit den beiden Strahlen Interferenzexperimente betrieben werden sollen. Um dies zu ermöglichen, müssen die Faserkoppler exakt auf die Kreuzungspunkte mit identischer Wellenlänge $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_{pump}$ justiert werden, was sich mit geeigneten schmalbandigen Filtern, die bei einer Wellenlänge von 856 nm ihr Transmissionsmaximum besitzen, leicht einstellen läßt.

5. Technik

In diesem Kapitel werden die für die vorliegende Diplomarbeit verwendeten Stabilisierungen ausführlicher besprochen und die dazu erstellten elektronischen Schaltungen dargestellt. Dabei wird zunächst auf die zur Stabilisierung der Resonatoren verwendeten Verfahren eingegangen und anschließend werden kurz die weiteren notwendigen Elemente vorgestellt.

5.1. Resonatorstabilisierungen

5.1.1. Pound-Drever-Stabilisierung

Prinzipielle Funktionsweise

Um einen optischen Resonator auf Resonanz zu halten, ist es zunächst notwendig, ein objektives Kriterium für diesen Fall zu erhalten. Dazu bietet sich der in Abschnitt 2.2.3 dargestellte Phasensprung der am Resonator reflektierten Welle an, da diese Größe am Punkt der Resonanz einen sehr steilen Nulldurchgang aufweist. Das Problem, die Änderung dieser Phase zu messen, wurde im hier vorliegenden Stabilisierungsverfahren nach Pound[22] und Drever[23] auf folgende Art und Weise gelöst.

Dem Licht $E_i(t)$, das auf den Resonator einfällt, werden (entweder durch direkte Modulation des Laserstroms oder durch elektro-optische Modulatoren) hochfrequente Oszillationen mit einer Frequenz $\Delta\omega$ aufgeprägt, was - wie eine Fourieranalyse zeigt - zu einer Beimischung von zwei kleinen Anteilen mit den Frequenzen $\omega_0 \pm \Delta\omega$ führt. Die bei der Modulation erzeugten Seitenbänder weisen die Eigenschaft auf, daß eines der beiden um 180° phasenverschoben zu den beiden anderen Teilwellen ist. Zur Vereinfachung der Rechnung sollen nun alle Komponenten reell sein, und auf eine Darstellung der Ortsabhängigkeit der elektrischen Felder wird hier verzichtet. Das auf den Resonator einfallende Licht hat damit die Form:

$$E_i(t) = ae^{i\omega t} + be^{i(\omega_0 + \Delta\omega)t} - be^{i(\omega_0 - \Delta\omega)t} \quad (5.1)$$

Fällt dieses Licht auf den Resonator, so wird das fundamentale Licht im Falle der Resonanz ohne Phasensprung vom Resonator reflektiert, während die beiden in ihrer Frequenz verschobenen Anteile jeweils eine gewisse, in diesem Fall gleich große und entgegenge-

setzte Phasenverschiebung aufweisen. Ändert sich die Resonatorlänge, so sind die Phasenverschiebungen der beiden Seitenbänder nicht mehr gleich groß und man kann aus deren Interferenz mit der fundamentalen Mode die Lage der Resonanz bestimmen. Bei der Reflexion am Resonator ergibt sich für jede der drei Teilwellen eine von der jeweiligen Frequenz abhängige Phasenverschiebung und Änderung der Amplitude, die durch einen komplexen Parameter q_i dargestellt wird. Damit ergibt sich für den reflektierten Strahl E_r der Ausdruck:

$$E_r(t) = aq_0(\phi_0)e^{i\omega_0 t} + bq_1(\phi_0 + \Delta\phi)e^{i(\omega_0 + \Delta\omega)t} - bq_2(\phi_0 - \Delta\phi)e^{i(\omega_0 - \Delta\omega)t} \quad (5.2)$$

Dabei stellt ϕ_0 die in Gleichung 2.34 definierte Phasenverschiebung nach einem Umlauf im Resonator für die Frequenz ω_0 dar und $\Delta\phi$ ergibt sich aus der Modulationsfrequenz $\Delta\omega$ zu $\Delta\phi = 2dn\Delta\omega/c$. Das reflektierte Licht fällt nun auf einen Detektor, der die gemessene Leistung in ein Spannungssignal U_{det} umwandelt, das man nun aus folgendem Ausdruck erhält:

$$\begin{aligned} U_{det}(t) &\propto E_r(t)E_r^*(t) \\ &= abq_0(\phi_0)^*q_1(\phi_0 + \Delta\phi)e^{i\Delta\omega t} - abq_0(\phi_0)q_2(\phi_0 - \Delta\phi)^*e^{i\Delta\omega t} + c.c \\ &\quad + \chi_1(0\Delta\omega) + \chi_2(2\Delta\omega) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Dabei stellen die Ausdrücke $\chi_1(0\Delta\omega)$ und $\chi_2(2\Delta\omega)$ Terme dar, in denen die Oszillationsfrequenz $\Delta\omega$ mit dem jeweiligen Vorfaktor in der Exponentialfunktion vorkommt. Da diese Terme keinen Beitrag zum Stabilisierungssignal liefern, werden sie im folgenden weggelassen.

Nach der Detektion des Signals und der Umwandlung in ein elektrisches Signal wird dieses über einen Mischer mit dem Referenzoszillator, der die Modulationsspannung für die Laserdiode erzeugt, zur Interferenz gebracht. Die Wirkung dieses Bausteins besteht im wesentlichen in einer Multiplikation der beiden ankommenden Signale. Das Referenzsignal ist durch den folgenden Ausdruck gegeben, wobei φ eine von außen durch Laufzeitunterschiede der Signale verursachte Phasenverschiebung zwischen Referenz- und Detektorsignal darstellt:

$$U_{ref}(t) = c \left(e^{i(\Delta\omega t + \varphi)} - e^{-i(\Delta\omega t + \varphi)} \right) \quad (5.4)$$

Das Signal, das man aus dem Mischer erhält, ergibt sich schließlich durch Multiplikation der beiden Signale :

$$\begin{aligned} U_{misch} &= U_{ref}(t)U_{det}(t) \\ &= abc [q_0(\phi_0)q_1(\phi_0 + \Delta\phi)^*e^{i\varphi} - q_0(\phi_0)^*q_2(\phi_0 - \Delta\phi)e^{i\varphi} + c.c.] + \chi(\Delta\omega) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Für das Stabilisierungssignal werden nur die Terme verwendet, die ein Gleichspannungssignal liefern. Daher leisten die Terme $\chi(\Delta\omega)$ erster Ordnung in $\Delta\omega$ keinen Beitrag und

können somit weggelassen werden. Damit ergibt sich schließlich für das Stabilisierungssignal:

$$U_{Signal} = const. \cdot |q_1| \sin(\psi_0(\phi_0) - \psi_1(\phi_0 + \Delta\phi) + \varphi) - |q_2| \sin(-\psi_0(\phi_0) + \psi_2(\phi_0 - \Delta\phi) + \varphi) \quad (5.6)$$

Dabei stellen nun $|q_1|$ und $|q_2|$ die Amplituden der beiden reflektierten Seitenbänder dar, und die Winkel $\psi_0(\phi_0)$, $\psi_1(\phi_0 + \Delta\phi)$ und $\psi_2(\phi_0 - \Delta\phi)$ stehen für die Phasenverschiebungen der einzelnen Teilwellen bei der Reflexion am Resonator. Mit Ausnahme von φ sind alle diese Größen durch die Gleichungen 2.43 und 2.44 gegeben. In Abbildung 5.1 ist das sich aus Gleichung 5.6 ergebende Stabilisierungssignal für verschiedene Phasenverschiebungen φ graphisch dargestellt.

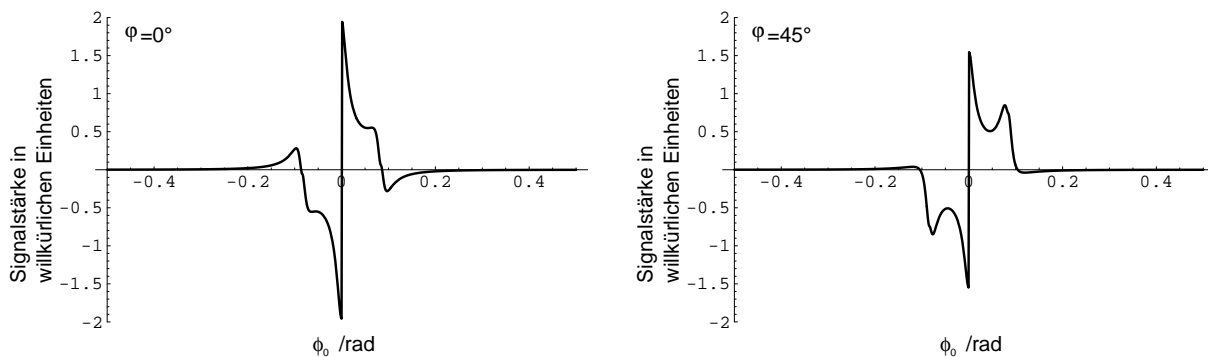


Abbildung 5.1.: Darstellung des Fehlersignals nach Pound-Drever für Phasenverschiebungen von $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 45^\circ$.

Elektronik

Um die oben besprochene Stabilisierung umzusetzen, wird zunächst eine Quelle für die hochfrequente Strommodulation der Laserdiode benötigt. Dazu wird der in Abbildung 5.2 dargestellt lokale Oszillator verwendet, dessen Oszillationsfrequenz 50 MHz beträgt und dessen Amplitude sich über ein Potentiometer einstellen läßt. Das Hochfrequenzsignal wird über einen Transformator in den Laserstromkreis eingekoppelt und bewirkt dort die Erzeugung der oben erwähnten Seitenbänder. Das vom Resonator reflektierte Licht wird dann von einer schnellen Photodiode aufgefangen, die wie in Abbildung 5.3 an einen Hochfrequenzverstärker angeschlossen ist, so daß das auf der Diode detektierte Signal vorverstärkt und der Gleichspannungsanteil weggefiltert wird.

Aus dem Detektor wird das Signal über ein BNC-Kabel an den Hochfrequenzeingang von Schaltung 5.2 eingespeist und dort über den Mixer mit der Referenzwelle zur Interferenz gebracht. Die Phasendifferenz läßt sich in diesem Fall durch eine geeignete Wahl der Kabellänge einstellen. Aus dem sich hieraus ergebenden Fehlersignal wird

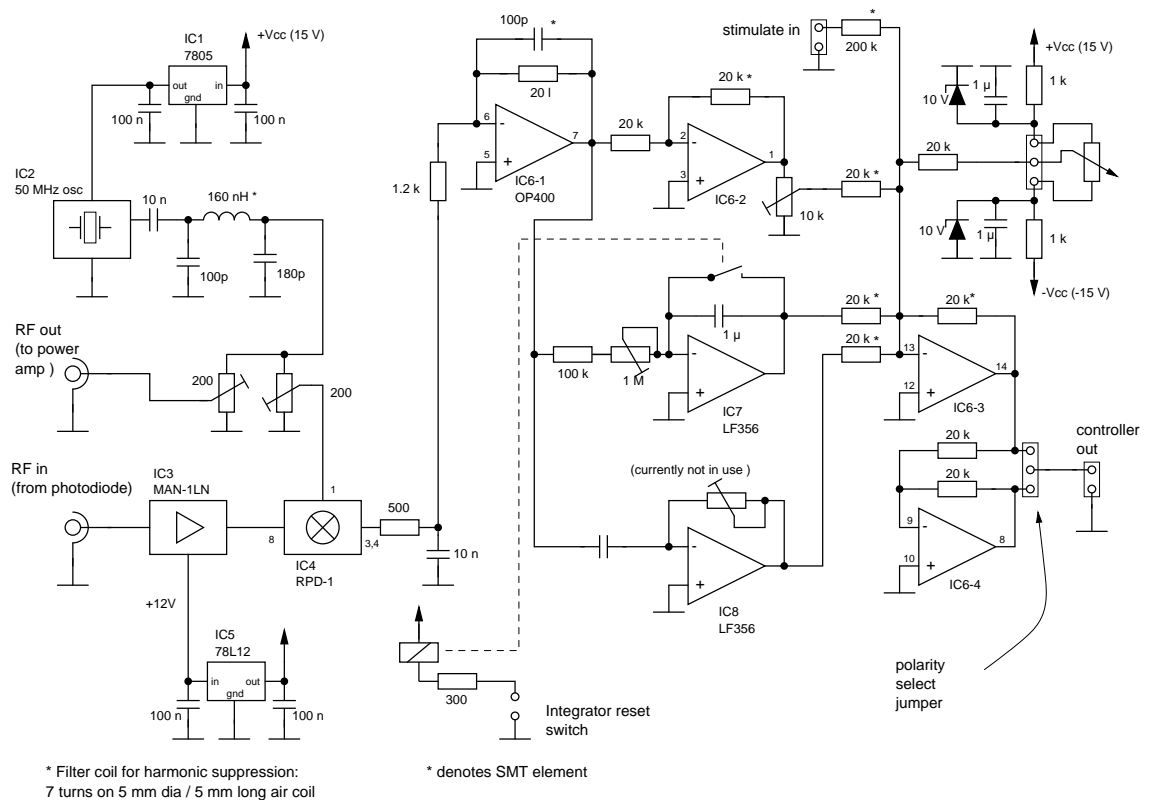


Abbildung 5.2.: Der Pound-Drever-Stabilisator mit seinem im linken Teil dargestellten Hochfrequenzein- und -ausgang. In der Mitte wird das aus dem Mischer gewonnene Fehlersignal in den daran anschließenden PID-Regler eingespeist. Am Schluß wird zu diesem Signal noch ein Offset addiert, um die absolute Position des Resonators zu verstellen.

über einen PID-Regler¹, bei dem im wesentlichen nur der I-Teil und zu einem kleinen Teil der P-Teil verwendet werden, das Stabilisierungssignal des Resonators gewonnen. Dieses Signal wird durch einen Hochspannungsverstärker auf die für das am Einkoppelspiegel montierte Piezorohr notwendigen Spannungen von bis zu 400 V verstärkt.

5.1.2. Dither-Lock

Prinzipielle Funktionsweise

Wenn man sich die verschiedenen Möglichkeiten der Stabilisierung eines optischen Resonators ansieht, dann ist die naheliegendste Methode die, den Resonator auf maximale Transmission zu stabilisieren. Um das Maximum elektronisch zu erkennen, muß die Re-

¹PID steht dabei für Proportional-Integral-Differential.

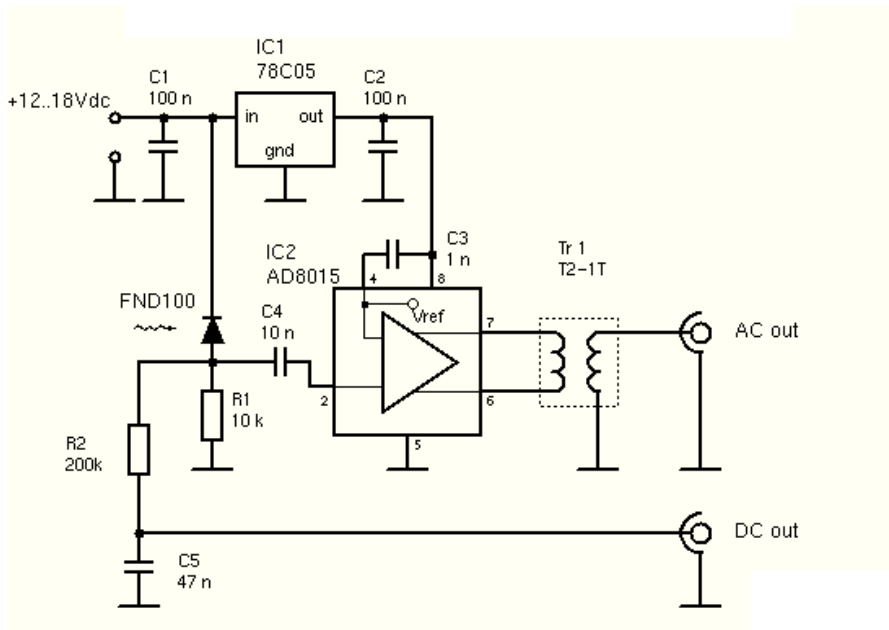


Abbildung 5.3.: Schaltplan des Detektors für die hochfrequenten Komponenten des reflektierten Lichts. Das Licht wird dabei von der Photodiode detektiert und dann über einen Transformator an den Ausgang AC out weitergeleitet.

sonatorlänge periodisch mit einer kleinen Amplitude verändert werden. Damit erhält man für den durch Gleichung 2.34 definierten Phasenverschiebungswinkel ϕ bei einem Resonatorumlauf:

$$\phi(t) = \phi_0 + \phi_1 \sin \omega t \quad (5.7)$$

Der Parameter ϕ_1 stellt dabei die Amplitude der durch die periodische Längenänderung verursachten Phasenverschiebungen dar. Diese Oszillation führt zu einer Änderung der Transmission des Resonators, die sich mit Hilfe einer Taylorentwicklung um das Zentrum der Oszillation folgendermaßen darstellen läßt:

$$T(\phi(t)) = T(\phi_0 + \phi_1 \sin \omega t) = T(\phi_0) + \left(\frac{\partial T}{\partial \phi} \right)_{\phi_0} \phi_1 \sin \omega t + \dots \quad (5.8)$$

Aus dieser Transmission erhält man nach der Detektion durch eine Photodiode ein dazu proportionales Spannungssignal $U_T \propto T(\phi)$, aus dem man ein Stabilisierungssignal gewinnen kann, indem man dieses Signal mit der für die Längenoszillation verantwortlichen Spannung $U_{osz} = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ multipliziert (φ stellt dabei die Phasenverschiebung zwischen den beiden Schwingungen dar). Filtert man alle höheren Frequenzen heraus und

betrachtet nur noch den Gleichspannungsanteil, so erhält man das folgende Stabilisierungssignal:

$$U_S = \text{const.} \left(\frac{\partial T}{\partial \phi} \right) \cos \varphi \quad (5.9)$$

Bei Wahl einer Phasenverschiebung von 0° erhält man schließlich mit dieser Methode das in Abbildung 5.4 dargestellte Signal. Dieses Verfahren hat zwei wesentliche Nachteile

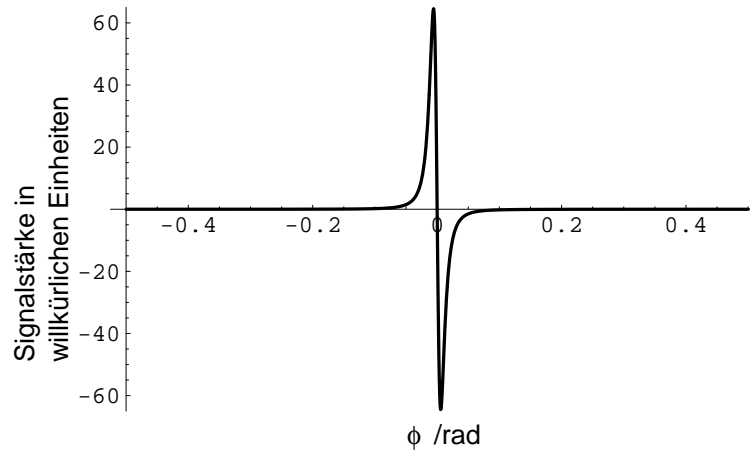


Abbildung 5.4.: Darstellung des Stabilisierungssignals, daß sich nach dem Dither-Lock-Verfahren ergibt.

gegenüber dem im vorangegangenen Abschnitt besprochenen Verfahren: Zum einen weist es einen wesentlich kleineren Fangbereich auf, da dieser hier ungefähr auf die Breite der Transmissionslinie beschränkt ist und zum anderen ist dieses Verfahren sehr empfindlich gegenüber höherfrequenten Schwingungen, da es nur solche Schwingungen ausgleichen kann, die langsamer sind als die Modulationsfrequenz.

Elektronik

Für die Anwendung dieser Stabilisierung wird ein kommerzieller Lock-In-Verstärker verwendet. Das detektierte Transmissionssignal wird an den Eingang des Verstärkers gelegt, der die Mischung mit dem Referenzsignal durchführt. Das sich daraus ergebende Signal wird dann an einen der beiden in Abbildung 5.5 dargestellten Eingänge angelegt, während der andere offen bleibt. Daraus wird über den PI-Regler das Stabilisationssignal gewonnen. Dazu wird die aus dem Lock-In-Verstärker stammende Modulationsspannung addiert. Das sich daraus ergebende Signal wird schließlich über einen Hochspannungsverstärker an den Piezokristall übermittelt.

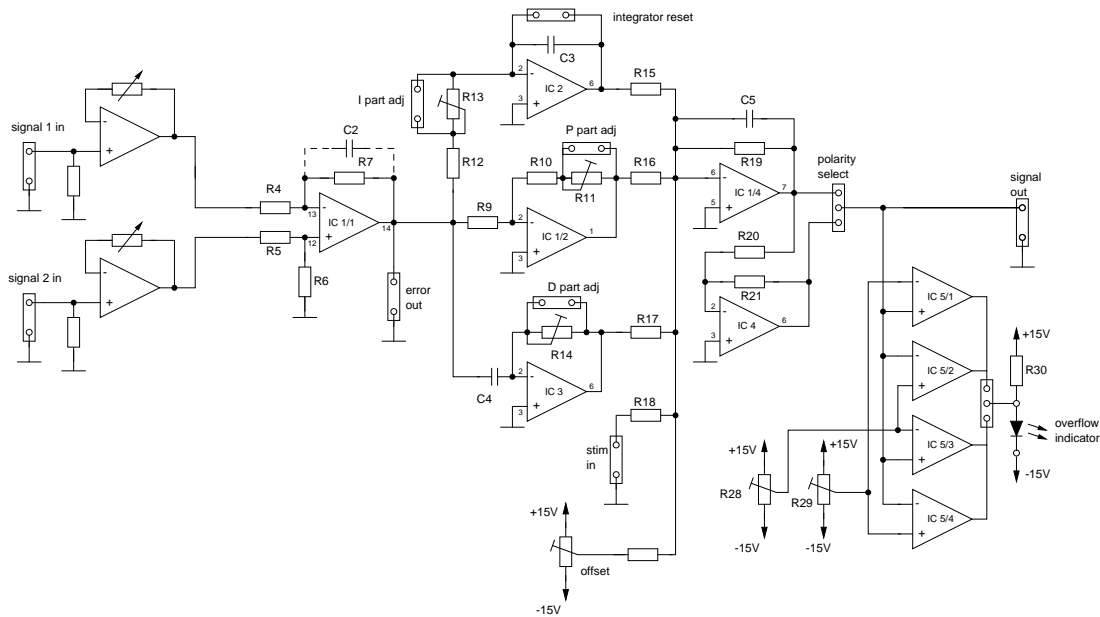


Abbildung 5.5.: Schaltplan der für den Dither-Lock verwendeten Regelung.

5.2. Hochspannungsverstärker

Da die hier verwendeten Piezosysteme sehr hohe Spannungen benötigen, um Längenänderungen in der Größenordnung einer Wellenlänge zu erlauben, werden die oben gewonnenen Stabilisierungssignale jeweils in einen der hier beschriebenen Hochspannungsverstärker eingespeist. Für eine Verstärkung um den Faktor 40 wird, abhängig von der am Eingang anliegenden Spannung, der Widerstand des Transistors und damit die zwischen Emitter und Kollektor abfallende Spannung zwischen 0 und 400 V verändert.

5.3. Temperaturstabilisierung

Für einen stabilen Betrieb des Frequenzverdopplers ist es unbedingt notwendig, daß sich die Temperaturen der Laserdiode und des KNbO_3 -Kristalls nicht ändern. In beiden Fällen wurde deshalb eine Temperaturstabilisierung der in Abbildung 5.7 dargestellten Art verwendet. Dazu wird das Fehlersignal an einer Widerstandsbrücke aus der Abweichung des temperaturabhängigen Widerstands eines Thermistors von einem am Potentiometer eingestellten Sollwert ermittelt. Mit Hilfe eines nachgeschalteten PID-Reglers² ergibt sich das Regulationssignal. Ein Hochleistungsoperationsverstärker wandelt das Signal schließlich in einen entsprechenden Strom für das jeweilige Peltierelement um.

²In diesem Fall wurden der P- und der D-Teil nicht verwendet, um zu schnelle Temperaturänderungen, die die Kristallstruktur zerstören könnten, zu vermeiden.

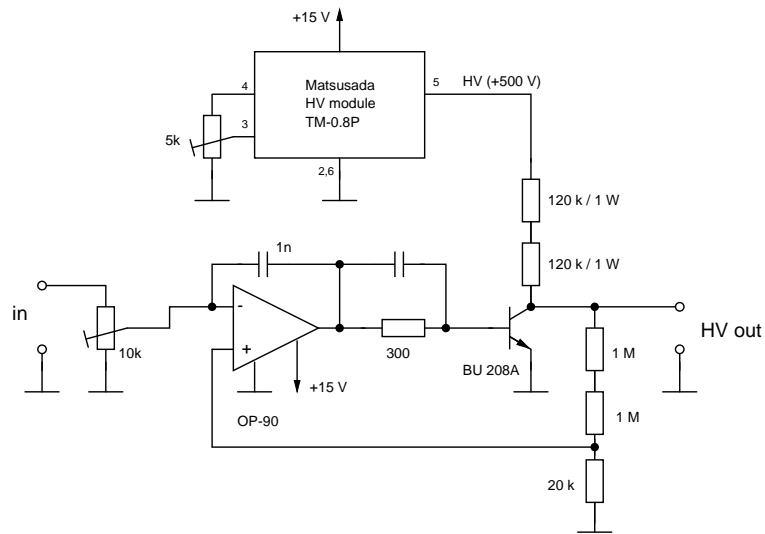


Abbildung 5.6.: Schaltplan des verwendeten Hochspannungsverstärkers.

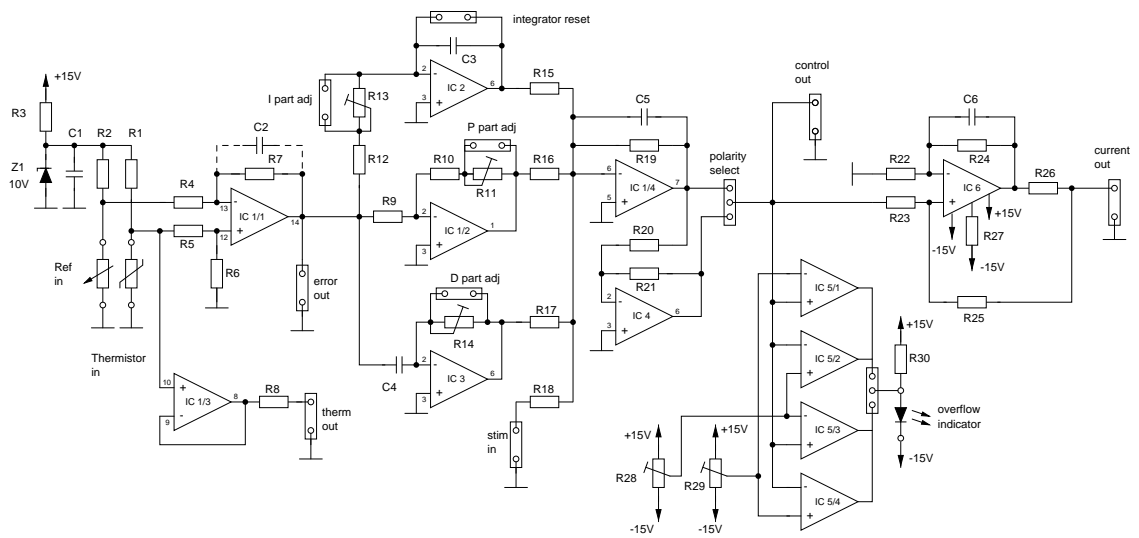


Abbildung 5.7.: Schaltplan der Temperaturstabilisierung.

6. Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Diplomarbeit wurde eine kompakte Quelle für verschränkte Photonen im nahen Infrarot aufgebaut, in der erstmals eine handelsübliche, frequenzverdoppelte Laserdiode als Pumplicht verwendet wird. Die erzeugten Photonenpaare besitzen eine Wellenlänge von 856 nm, die in dem Bereich liegt, in dem die als Einzelphotonendetektor verwendeten Silizium-Avalanche-Photodioden ihre maximale Empfindlichkeit zeigen.

Da für die benötigte Pumpwellenlänge von 428 nm noch keine Laserdioden mit ausreichender Leistung existieren, wird als Pumplichtquelle eine Diode mit einer Wellenlänge von 856 nm verwendet, deren Licht mit Hilfe eines KNbO_3 -Kristalls in einem externen Resonator frequenzverdoppelt wird. Um den experimentellen Aufwand möglichst gering zu halten, wird ein einfacher linearer Resonator verwendet, der mit Hilfe des Pound-Drever-Verfahrens stabilisiert wird und aus dem sich bei stabilem Betrieb 6-7 mW an blauer Leistung auskoppeln ließen. Höhere Leistungen von bis zu 12 mW konnten aufgrund thermischer Effekte im Kristall nur für wenige Minuten aufrecht erhalten werden.

Der Frequenzverdoppler wird im weiteren Verlauf des Experiments als Pumplichtquelle für die spontane parametrische Fluoreszenz verwendet. Dabei fällt das blaue Licht auf einen zweiten linearen Resonator, der einen BBO-Kristall enthält. Dessen Kristallachse ist so orientiert, daß die durch die SPF erzeugten und anschließend in Glasfasern eingekoppelten Photonenpaare verschränkt sind. Die Stabilisierung des zweiten Resonators wurde durch Anwendung eines Dither-Lock-Verfahrens erreicht. Die gesamte Anordnung mit beiden Resonatoren konnte über mehrere Stunden stabil betrieben werden, ohne daß eine der beiden verwendeten Stabilisierungen ihren Regelbereich verließ.

Durch diesen Aufbau ließen sich trotz der vergleichsweise geringen Pumpleistungen von ca. 6 mW blauem Licht sowohl hohe Einzelzählraten (über 60 000 Ereignisse pro Sekunde) als auch eine große Anzahl an Koinzidenzen (bis zu 10000 Ereignisse pro Sekunde) beobachten. Zur Untersuchung der Polarisationsverschränkung wurden mit den erzeugten Photonen Messungen zur Überprüfung der Bellschen Ungleichungen durchgeführt. Dabei konnte eine Verletzung von mehr als 80 Standardabweichungen innerhalb kurzer Zeit (5 Sekunden Integrationszeit pro Meßpunkt) festgestellt werden, was für ein hohes Maß an Verschränkung spricht.

Ausblick

Anhand der in dieser Arbeit erhaltenen Ergebnisse sieht man, daß die von der hier entwickelten Quelle erzeugten Zählraten für viele Anwendungen, in denen verschränkte oder korrelierte Photonen benötigt werden, ausreichen. Damit stellt das hier entwickelte System eine billige und einfach zu handhabende Alternative zu den gängigen Verfahren dar. Die Koinzidenzzählrate liegt im Moment noch etwas unter der mit Argon-Ionen-Lasern arbeitenden Systeme, die jedoch mit der zehn- bis hundertfachen Pumpleistung betrieben werden. In einem nächsten Schritt könnten allerdings durch Änderung des geometrischen Aufbaus der Einkopplung in den Frequenzverdoppler die Intensität des erzeugten blauen Lichts und damit auch die hier gewonnenen Zählraten vermutlich um den Faktor zwei gesteigert werden.

Neben dem geringen Leistungsverbrauch und den minimalen Betriebskosten liegt ein weiterer Vorteil dieses Systems in der geringeren Platzanforderung. So sollte sich die Ausdehnung der gesamten Anordnung, die im wesentlichen durch die zur Modenanpassung der Laserstrahlen an die Resonatormoden notwendigen Wegstrecken vorgegeben wird, durch Wahl von geeigneten Linsen und Resonatorgeometrien wesentlich verkleinern lassen.

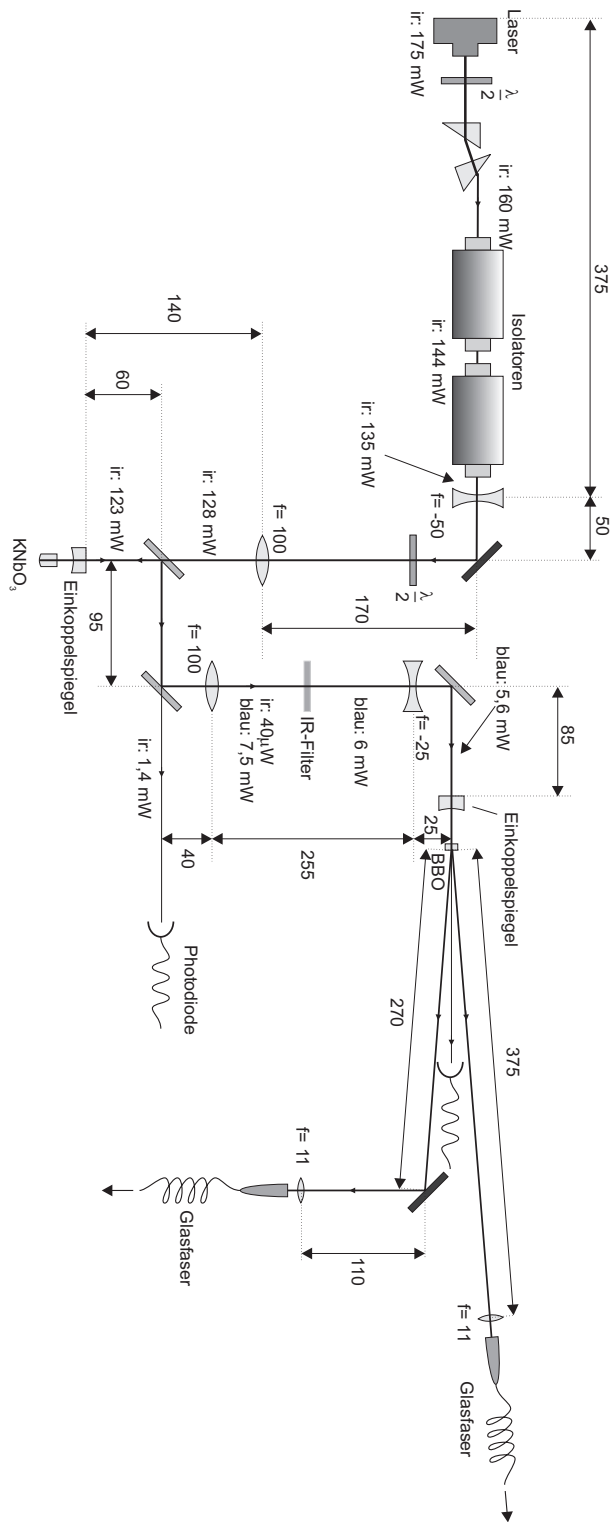
Die Quelle bietet somit die Möglichkeit, verschränkte Photonenpaare in den neuen Methoden der Quantenkommunikation einzusetzen, in denen kleine und einfach bedienbare Systeme benötigt werden. Aufgrund der einfachen Handhabung bietet sie sich unter Umständen auch für Demonstrationsexperimente quantenmechanischer Grundlageneffekte oder Fortgeschrittenenpraktika im Studium an.

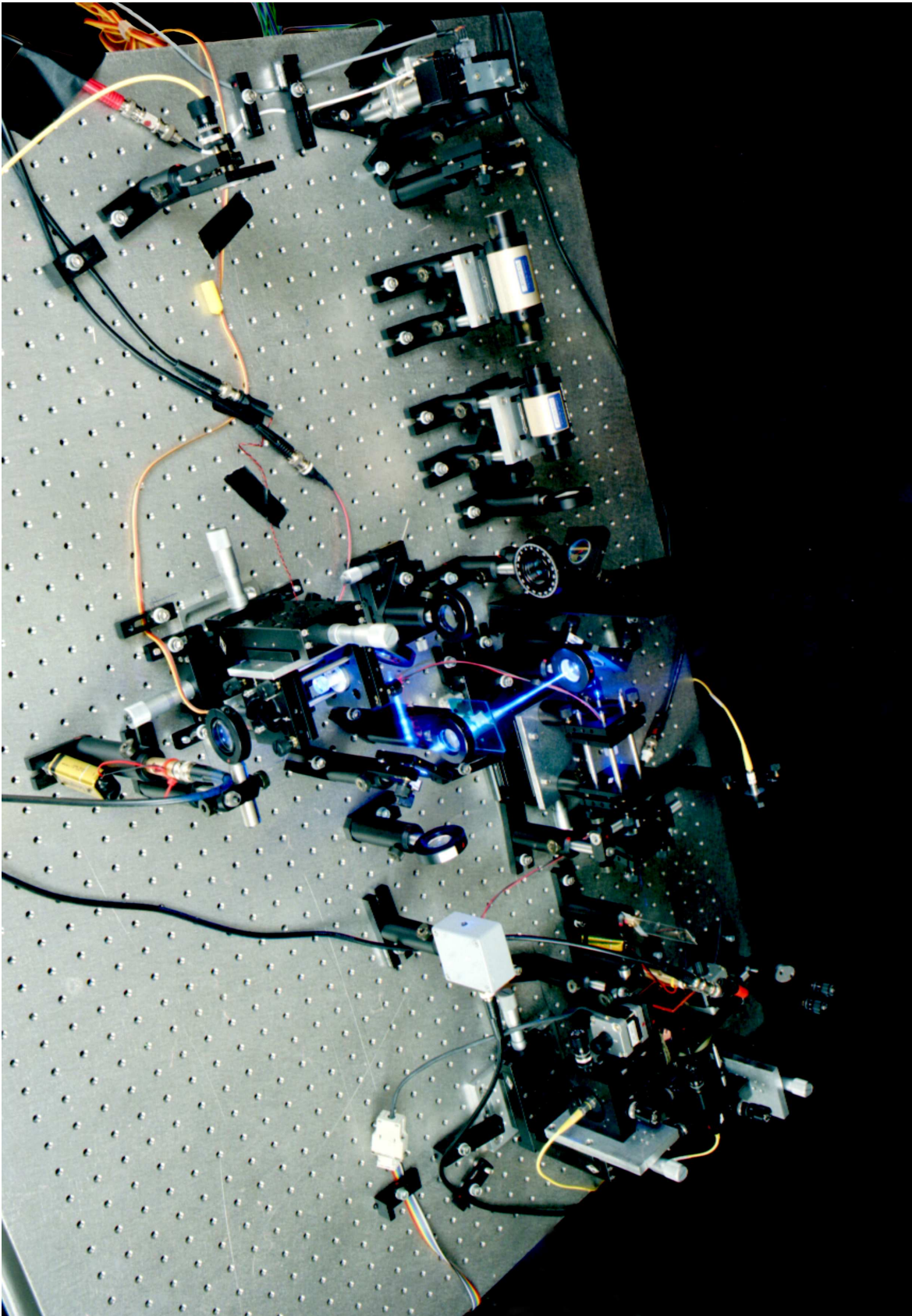
Anhang

Auf der folgenden Seite ist der vollständig Aufbau, der in dieser Diplomarbeit entwickelten Quelle für verschränkte Photonen schematisch dargestellt. Für alle wichtigen Komponenten (Linsen und Spiegel) wurden die relative Positionen (in mm) angegeben. An verschiedenen Stellen wurden die gemessenen Intensitäten des infraroten (ir) und des blauen Lichts eingezeichnet.

Die nach der Frequenzverdopplung noch vorhandenen Infrarotanteile wurden gemessen, während der Verdoppler die Resonanzbedingung nicht erfüllte. Da die Intensitäten des blauen Lichts mit der Zeit leicht schwanken, wurden die in der Abbildung eingetragenen Werte für den Fall einer ausgekoppelten Leistung von 6 mW (nach dem Infrarotfilter) angegeben.

Auf der daran anschließenden Seite ist ein Foto der aufgebauten Photonenpaarquelle dargestellt. Oben im Bild ist die Laserdiode zu erkennen, deren Licht auf den sich in der Mitte des Bildes befindlichen Verdoppler trifft. Von diesem geht dann der gut sichtbare blaue Strahl aus, der auf den ebenfalls in der Mitte des Bildes sichtbaren zweiten Resonator einfällt. Die dort entstehenden Photonenpaare werden schließlich mit Hilfe der beiden am unteren Bildrand sichtbaren Faserkoppler in Glasfasern eingekoppelt.





Literaturverzeichnis

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, und N. Rosen. Can Quantum mechanical description of physical reality be considered complete. *Phys. Rev.*, 47:777, 1935.
- [2] D. Bohm. *Quantum theory*. New York:Prentice Hall.
- [3] J.S. Bell. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Physics 1*, 195, 1935.
- [4] C.S. Wu und I. Shakhov. The angular correlation of scattered annihilation radiation. *Phys. Rev.*, 77:136, 1950.
- [5] S.J. Freedman und J.S. Clauser. Experimental test of local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Letters*, 28:938, 1972.
- [6] C.O. Alley und Y.H. Shih. Proceedings of the Second International Symposium on Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology. M. Namiki(Ed.), 1986.
- [7] Y.H. Shih und C.O. Alley. New type of Einstein-Podolsky-Rosen experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion. *Phys. Rev. Lett.*, 61:2921, 1987.
- [8] Dik Bouwmeester, Jian-Wei Pan, Klaus Mattle, Manfred Eibl, Harald Weinfurter, und Anton Zeilinger. Experimental quantum teleportation. *Nature*, 390:575, December 1997.
- [9] K. Mattle, H. Weinfurter, P.G. Kwiat, und A. Zeilinger. Dense coding in experimental quantum communication. *Phys. Rev. Lett.*, 76:4656, 1996.
- [10] Thomas Jennewein, Christoph Simon, Gregor Weihs, Harald Weinfurter, und Anton Zeilinger. Quantum Cryptography with Entangled Photons. *Phys. Rev. Letters*, 84:4729, Mai 2000.
- [11] Markus Weber. Wie man die Werte von σ_x , σ_y und σ_z eines Spin-1/2 Teilchens bestimmt. Diplomarbeit, LMU München, 2000.

- [12] Paul G. Kwiat, Klaus Mattle, Harald Weinfurter, und Anton Zeilinger. New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4337, Dezember 1995.
- [13] Dirk Bouwmeester, Artur Ekert, und Anton Zeilinger. *The Physics of Quantum Information*. Springer, 2000.
- [14] Amnon Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley&Sons, 1989.
- [15] J. Hawkes und I. Latimer. *Lasers*. Prentice Hall, 1995.
- [16] Christopher C. Davis. *Lasers and Electro-Optics*. Cambridge University Press, 1996.
- [17] G.D. Boyd und D.A. Kleinman. Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams. *J. Appl. Phys*, 39, 1968.
- [18] Andrew G. White. Classical and quantum dynamics of optical frequency conversion. Master's thesis, Australian National University, 1997.
- [19] Morton H. Rubin, David N. Klyshko, Y.H. Shih, und A.V. Sergienko. Theory of two-photon entanglement in type-II optical parametric down-conversion. *Phys. Rev. A*, 50:5122, Dezember 1994.
- [20] J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony, und Holt R.A. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Letters*, 23:880, 1969.
- [21] Gregor Weihs. Ein Experiment zum Test der Bellschen Ungleichung unter Einsteinscher Lokalität. Doktorarbeit, Universität Wien, 1999.
- [22] R.V. Pound. *Rev. Sci. Instr.*, 17:490, 1946.
- [23] R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, und H. Ward. Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator. *Applied Physics B*, 31:97, 1983.
- [24] L. Goldberg, L.E. Busse, und D. Menhuys. High power continuous wave blue light generation in KNbO_3 using semiconductor amplifier seeded by a laser diode. *Appl. Phys. Lett.*, 63:2327, Oktober 1993.
- [25] L.E. Busse, L. Goldberg, M.L. Surette, und G. Mizell. Absorption losses in MgO-doped and undoped potassium niobate. *J. Appl. Phys.*, 75:1102, Januar 1994.
- [26] Beat Zysset, Ivan Biaggio, und Peter Günter. Refractive indices of orthorhombic KNbO_3 . *J. Optic. Soc. Am. B*, 9:380, März 1992.

- [27] T.W. Hänsch und B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Optics Communications*, 35:441, Dezember 1980.
- [28] Patrick Zarda. Quantenkryptographie: Ein Experiment im Vergleich. Diplomarbeit, Universität Innsbruck, 1999.
- [29] Markus Oberparleiter. Bosonische und Fermionische Zweiphotonenstatistik am Strahlteiler. Diplomarbeit, Universität Innsbruck, 1997.

Danksagung

In diesem Abschnitt möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt dabei Prof. Dr. Harald Weinfurter und Dr. Christian Kurtsiefer, die mir während der gesamten Arbeit immer (auch zu später Stunde) hilfsbereit zur Seite standen und die im Falle von Problemen immer einen Ausweg wußten.

Desweiteren möchte ich mich bei all meinen Kollegen bedanken. Insbesondere bei meinen (ehemaligen) Zimmerkollegen Markus Weber (der mit mir so manche längere und hilfreiche Diskussion durchgeführt hat) und Oliver Schulz (der mir bei fast allen durch das Betriebssystem Linux und durch Latex verursachten Problemen helfen konnte). Den weiteren Mitgliedern unseres Teams - Patrick Zarda und Markus Oberparleiter - möchte ich für ihre Hilfe in allen praktischen Fragen des Experiments und für ihre Nachsicht¹ bezüglich des kontinuierlichen Materialschwunds aus den Labors danken, wobei auch die gegen Ende der Diplomarbeit des öfteren geäußerten Verbesserungsvorschläge für das letzte Kapitel nicht unerwähnt bleiben sollen.

Bei allen weiteren Personen, die mir ebenfalls bei dieser Diplomarbeit geholfen haben, und die hier nicht namentlich erwähnt werden konnten möchte ich mich hiermit für ihre Hilfe bedanken.

¹Zitat: "Was willst Du jetzt schon wieder?"

Erklärung

Hiermit erkläre ich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

München, den 15. Dezember 2000

Jürgen Volz